

1. $a > 1$ 이고, $x = \frac{2a}{a^2 + 1}$ 일 때, $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 를 a 로 나타내면?

- ① $\frac{5a}{\sqrt{a^2 + 1}}$ ② $\frac{4a}{\sqrt{a^2 + 1}}$ ③ $\frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}$
 ④ $\frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$ ⑤ $\frac{7a}{\sqrt{a^2 + 1}}$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{2a}{a^2 + 1} \text{ 이므로} \\
 \sqrt{1 + \frac{2a}{a^2 + 1}} + \sqrt{1 - \frac{2a}{a^2 + 1}} \\
 &= \sqrt{\frac{(a+1)^2}{a^2 + 1}} + \sqrt{\frac{(a-1)^2}{a^2 + 1}} \\
 &= \frac{a+1+a-1}{\sqrt{a^2 + 1}} (\because a > 1) \\
 &= \frac{2a}{\sqrt{a^2 + 1}}
 \end{aligned}$$

2. $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 일 때, $\frac{1+2x}{1+\sqrt{1+2x}} + \frac{1-2x}{1-\sqrt{1-2x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1 \pm 2x} &= \sqrt{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{3} \pm 1}{2} \\ (\text{준식}) &= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{3}+1}{2}} + \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{3}-1}{2}} \\ &= \frac{2 + \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(2 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3})}{9 - 3} \\ &= \frac{6}{6} = 1\end{aligned}$$

3. $x = \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}}$ 일 때 $x^2 - 8x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{10 + 8\sqrt{3 + \sqrt{8}}} \\&= \sqrt{10 + 8\sqrt{(2+1) + 2\sqrt{2} \cdot 1}} \\&= \sqrt{10 + 8(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{18 + 8\sqrt{2}} \\&= \sqrt{18 + 2\sqrt{32}} = \sqrt{(16+2) + 2\sqrt{16 \cdot 2}} \\&= \sqrt{16} + \sqrt{2} = 4 + \sqrt{2} \\\therefore x - 4 &= \sqrt{2} \\\text{양변을 제곱하면 } (x-4)^2 &= (\sqrt{2})^2 \\x^2 - 8x + 16 &= 2 \\\therefore x^2 - 8x &= -14\end{aligned}$$

4. $2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$ (a, b 는 유리수) 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$$

양변을 제곱하면

$$4 + 3 + 4\sqrt{3} = a + b\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 7, b = 4 \quad \therefore a - b = 7 - 4 = 3$$

5. 유리수 a, b 에 대하여 $(1+2\sqrt{2})a + (-1+\sqrt{2})b = 5+7\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$(1+2\sqrt{2})a + (-1+\sqrt{2})b = 5+7\sqrt{2}$$

$$(a-b) + (2a+b)\sqrt{2} = 5+7\sqrt{2} \cdots \text{㉠}$$

a, b 가 유리수이면

$a-b, 2a+b$ 도 유리수이므로 ㉠에서

$$\begin{cases} a-b=5 \\ 2a+b=7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면 $a=4, b=-1$

$$\therefore a+b=3$$

6. m 이 유리수일 때, $\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2}m-3}$ 가 유리수가 되도록 하는 m 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{2\sqrt{2}+m-5}{\sqrt{2}m-3} = \frac{(m-5+2\sqrt{2})(-3-\sqrt{2}m)}{(-3+\sqrt{2}m)(-3-\sqrt{2}m)}$$

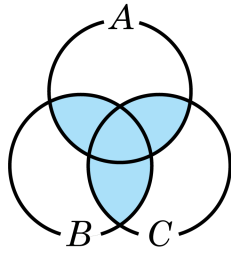
$$= \frac{-7m+15}{9-2m^2} - \frac{m^2-5m+6}{9-2m^2} \cdot \sqrt{2}$$

가 유리수이므로

$$\frac{m^2-5m+6}{9-2m^2} = 0$$

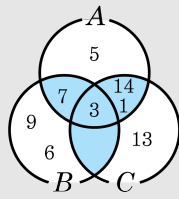
$$\therefore m^2-5m+6=0 \quad \therefore m=2, 3$$

7. 다음 그림에서 세 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 14\}$, $B = \{3, 6, 7, 9\}$, $C = \{1, 3, 13, 14\}$ 일 때, 색칠한 부분의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?



- ① $\{1\}$ ② $\{1, 3\}$ ③ $\{1, 3, 5, 7\}$
④ $\{1, 3, 7, 14\}$ ⑤ $\{1, 3, 9, 14\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{1, 3, 7, 14\}$ 이다.

8. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19$, $n(Q \cap R) = 7$, $n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라.

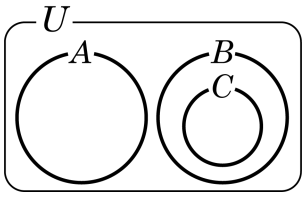
▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} & n(P \cup (Q \cap R)) \\ &= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R) \\ &= 19 + 7 - 3 = 23 \end{aligned}$$

9. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $A \cap B = \emptyset$
- ② $B^c \subset C^c$
- ③ $(A \cup B) \subset C$
- ④ $B \subset A^c$
- ⑤ $A - B = A$

해설

- ③ $C \subset (A \cup B)$

10. $\frac{a+b}{5} = \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} = \frac{2a+8b-c}{x}$ 에서 x 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 10$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{5} &= \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} \\ &= \frac{2(a+b) + 3(2b+c) - 4c}{2 \times 5 + 3 \times 4 + (-4) \times 3} \\ &= \frac{2a+8b-c}{10}\end{aligned}$$

$$\therefore x = 10$$

11. 유리식 $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$ 의 값을 k_1, k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c} = k \text{라 하면}$$

(i) $3a+2b+c \neq 0$ 일 때,

$$k = \frac{6a+4b+2c}{3a+2b+c} = 2$$

(ii) $3a+2b+c = 0$ 일 때,

$$k = \frac{3a+2b}{c} = \frac{-c}{c} = -1$$

$$\therefore \{k_1, k_2\} = \{2, -1\}$$

$$\therefore k_1 + k_2 = 1$$

12. $\frac{a}{b+c-a} = \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c}$ 의 값들의 합은?

- ① 0 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ -1

해설

(분모의 합)

$$= (b+c-a) + (c+a-b) + (a+b-c) = a+b+c$$

i) $a+b+c \neq 0$ 일 때, 가비의 리를 이용하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{b+c-a} &= \frac{b}{c+a-b} = \frac{c}{a+b-c} \\ &= \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1\end{aligned}$$

ii) $a+b+c = 0$ 일 때,

$$b+c = -a, \quad c+a = -b, \quad a+b = -c \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{-a-a} = \frac{b}{-b-b} = \frac{c}{-c-c} = -\frac{1}{2}$$

i), ii) 에서 구하는 값은 1 또는 $-\frac{1}{2}$

$\therefore$ 분수식의 값들의 합은 $\frac{1}{2}$