

1. 다음 중 이차함수는?

① $y = 2x^2 - 2(x + 1)^2$

② $y = 2(x - 1) + 25$

③ $y = x^2 - (2x + x^2)$

④ $y = x^3 - (x + 1)^2$

⑤ $y = 3x^2 - (2x + 1)^2$

해설

① $y = 2x^2 - 2(x + 1)^2 = -4x - 2$ (일차함수)

② $y = 2(x - 1) + 25 = 2x + 23$ (일차함수)

③ $y = x^2 - (2x + x^2) = -2x$ (일차함수)

④ $y = x^3 - (x + 1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$ (삼차함수)

⑤ $y = 3x^2 - (2x + 1)^2 = -x^2 - 4x - 1$ (이차함수)

2. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

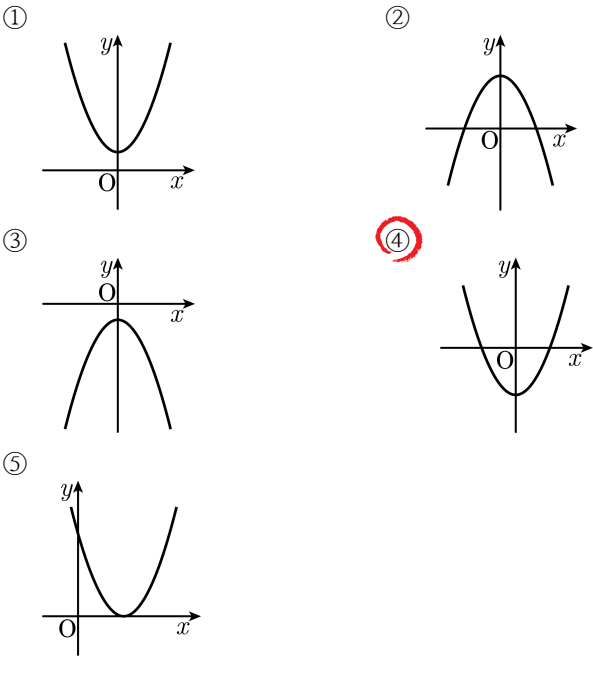
④ -2

⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

3. $a < 0$, $q < 0$ 일 때, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

이차함수의 그래프 $y = -ax^2 + q$ 에서 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$ 이다.
따라서 아래로 볼록이다.
또한, 이차함수 $y = -ax^2 + q$ 꼴의 그래프는 대칭축이 $x = 0$ 이다.
 $q < 0$ 이므로 y 축 아래에 꼭짓점이 존재한다.
따라서 답은 ④번이다.

4. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

5. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.

따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = -2(x + 3)^2 + 4$$

따라서 $x = -3$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

7. 다음 이차함수 중 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

- ① $y = -\frac{2}{3}x^2$ ② $y = 3x^2 + 3$ ③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 2$
④ $y = -5x^2 + 7$ ⑤ $y = -4x^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 이차함수를 고른다.

8. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이 되었다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x-m)^2 + n \text{이므로} \\ y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \\ \therefore m &= -1, n = -3 \\ \therefore m + n &= (-1) + (-3) = -4 \end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 31$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = 3x^2 - 18x + 31 = 3(x - 3)^2 + 4$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 3 - p)^2 + 4 + q$$

두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 대입하면

$$14 = 3(4 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 24p + q = -38 \cdots \textcircled{1}$$

$$5 = 3(1 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 6p + q = -2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } p = 2, q = -2$$

$$\therefore p + q = 2 - 2 = 0$$

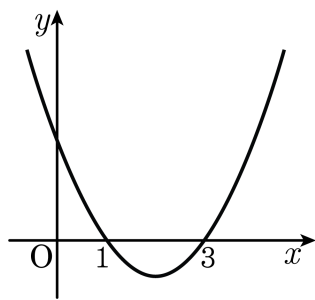
10. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1, 1)$, $(0, -5)$, $(2, c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 18

해설

$(0, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$
 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b, a = 2$
따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$
이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로
 $c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$
따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - ax + 3b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만날 때, $a + b$ 의 값은?



- ① -5 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

x 절편이 1, 3 이므로
 $y = (x - 1)(x - 3)$
 $y = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 4, b = 1$

12. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$

$$\begin{aligned} y &= (x+2)^2 + 3 \\ &= x^2 + 4x + 7 \\ &= x^2 + ax + b \end{aligned}$$

$$\therefore a = 4, b = 7$$

$$\therefore ab = 4 \times 7 = 28$$

13. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

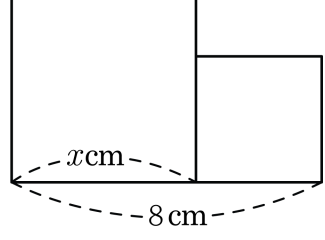
해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$$

따라서 m 의 최댓값 4이다.

14. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분을 둘로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$ 라 할 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 하는 $x(\text{cm})$ 의 값과 그 때의 넓이 $y(\text{cm}^2)$ 를 구하여라.



- ① $x = 2, y = 12$ ② $x = 2, y = 14$ ③ $x = 2, y = 16$
④ $x = 4, y = 32$ ⑤ $x = 4, y = 34$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (8-x)^2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16 - 16) + 64 \\ &= 2(x-4)^2 + 32 \end{aligned}$$

따라서 $x = 4$ 일 때 $y = 32$ 이다.

15. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(기울기) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$$8 = 2 \times 2 + b \quad \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

16. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

17. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

㉠ $1 < |a| < \frac{1}{2}$

㉡ $1 < |a| < \frac{3}{2}$

㉢ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

㉣ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

㉤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

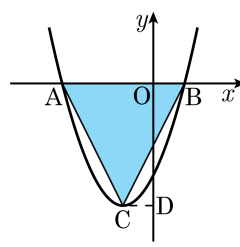
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉣, ㉠, ㉢, ㉤

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

㉣ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A,B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 C(-1, -4)

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

A(-3, 0) , B(1, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

19. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나고, 이 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -5)$ 일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

y 축 대칭하면 $(-p, q) = (-3, -5)$

$\therefore p = 3, q = -5$

$y = a(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$0 = a(1 - 3)^2 - 5$

$\therefore a = \frac{5}{4}$

$\therefore apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$

20. 이차함수 $y = (x - 2)(x + k^2)$ ($k > 0$) 의 그래프가 y 축과 만나는 점과 양의 x 절편 그리고 직선 $y = x + 2$ 가 y 축과 만나는 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 y 좌표가 -5 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

포물선이 y 축과 만나는 점은 $(0, -2k^2)$ 이고 직선의 y 절편은 $(0, 2)$ 이고, 양의 x 절편은 $(2, 0)$ 이다.

외심 O 의 y 좌표가 -5 이므로 $\frac{2 - 2k^2}{2} = -5$

$\therefore k = \pm\sqrt{6}$

따라서 $k > 0$ 이므로 $k = \sqrt{6}$ 이다.