

1. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

2. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는 6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?
- ① 6km ② 9km ③ 12km
- ④ 15km ⑤ 18km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X 라 하면

A(0), B(6), C(9), X(x)
A마을과 X마을 사이의 거리는
C마을과 X마을 사이의 거리의 2배이므로
 $|x - 0| = 2|x - 9|$
곧, $|x| = 2|x - 9|$
 $\therefore 2(x - 9) = \pm x$
 $\therefore x = 6$ 또는 $x = 18$
여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.
따라서 $x = 18$
이 때, X마을과 B마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

3. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 0), B(3, a), C(4, 2)에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} = \overline{BC} &\text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 \text{ 이므로} \\ (3-2)^2 + (a-0)^2 &= (4-3)^2 + (2-a)^2 \\ 1 + a^2 &= 1 + 4 - 4a + a^2 \\ 4a &= 4 \quad \therefore a = 1\end{aligned}$$

4. 두 점 $A(a, 2b + a)$, $B(-a, a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-a-a)^2 + \{a-(2b+a)\}^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{5} \\ \therefore a^2 + b^2 &= 5\end{aligned}$$

5. 세 점 A(2, 1), B(4, 3), C(a, 0)에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}, \overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

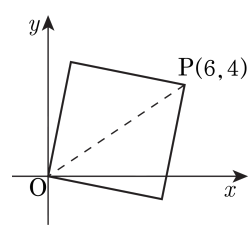
$$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$$

$$4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

6. 다음 그림과 같은 정사각형의 넓이는?

- ① 16 ② 20 ③ 26
④ 32 ⑤ 52



해설

$\overline{OP} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$ 이므로
주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면
 $\sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{52}$ 에서 $a^2 = 26$ 이다.
따라서 정사각형의 넓이는 26이다

7. 두 점 $A(-3, 2)$, $B(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(-3, 0)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 0)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(5, 0)$

해설

x 축 위의 점을 $P(x, 0)$ 라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, $P(2, 0)$

8. 두 점 $A(-1, 4)$, $B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 $P(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$P = (a, 0)$ 이므로 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서
 $(a + 1)^2 + 4^2 = (a - 6)^2 + 9$, $a = 2$
 $\therefore P = (2, 0)$
 $a + b = 2$

9. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

- ① P(2.4, -1), Q(0, 6) ② P(3.6, 0), Q(-1, 6)
③ P(3.6, 0), Q(0, 6) ④ P(2.4, 0), Q(0, 5)
⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x , 0) 과 Q(0, y)
를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

10. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

11. 두 점 A(-1, 2), B(3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B'(3, -4)

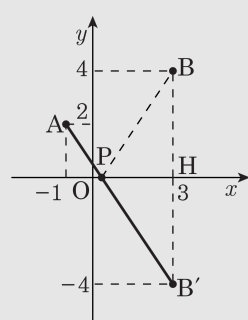
$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고

세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때

가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



12. 좌표평면 위의 두 점 A(3,2) , B(5,4) 와 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 PA + PB 의 최솟값은?

- ① 6
- ② $\sqrt{37}$
- ③ $\sqrt{38}$
- ④ $\sqrt{39}$
- ⑤ $\sqrt{40}$

해설

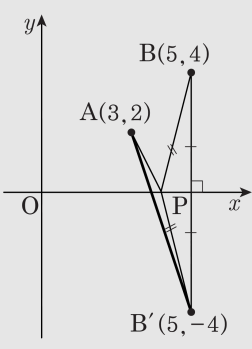
다음 그림과 같이 점 B(5, 4) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B'(5, -4) 라 하면

$\overline{PB} = \overline{PB'}$ 이므로

$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$

따라서 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값은 $\overline{AB'}$ 이고

$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$



13. 삼각형의 세 변의 중점이 각각 $(0, 4)$, $(1, 5)$, $(2, 3)$ 일 때, 이 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-1, 2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$ ② $(1, 2)$, $(-1, 5)$, $(3, 4)$
③ $(1, 2)$, $(-1, 6)$, $(-3, 4)$ ④ $(1, 2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$
⑤ $(1, -2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$

해설

세 꼭짓점의 좌표를 각각

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 로 놓으면

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = 0, \frac{y_1 + y_2}{2} = 4,$$

$$\frac{x_2 + x_3}{2} = 1, \frac{y_2 + y_3}{2} = 5,$$

$$\frac{x_3 + x_1}{2} = 2, \frac{y_3 + y_1}{2} = 3$$

$\therefore x_1 + x_2 + x_3 = 3, y_1 + y_2 + y_3 = 12$ 에서

$$x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3$$

$$y_1 = 2, y_2 = 6, y_3 = 4$$

즉, 세 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$, $(-1, 6)$, $(3, 4)$

14. 두 점 A(2,0) , B(5,3) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점을 P ,
2 : 1로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 10 ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

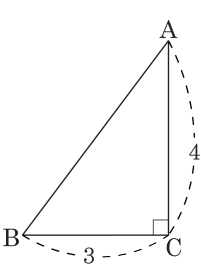
해설

$$P = \left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{3}, \frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{3} \right) = (4, 2)$$

$$Q = \left(\frac{2 \times 5 - 1 \times 2}{2 - 1}, \frac{2 \times 3 - 1 \times 0}{2 - 1} \right) = (8, 6)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 인 직각 삼각형이 있다. 선분 AB를 2 : 3으로 외분하는 점을 P, 3 : 2로 외분하는 점을 Q라 할 때, $\overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2$ 의 값은?
- ① 125 ② 200 ③ 250
 ④ 325 ⑤ 450



해설

점 C를 원점으로 잡으면 점 A, B의 좌표는 각각 A(0, 4), B(-3, 0)이다.

따라서 선분 AB를 2 : 3으로

외분하는 점 P의 좌표는

$$P\left(\frac{2 \times (-3) - 3 \times 0}{2 - 3}, \frac{2 \times 0 - 3 \times 4}{2 - 3}\right)$$

$$= P(6, 12)$$

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점 Q의 좌표는

$$Q\left(\frac{3 \times (-3) - 2 \times 0}{3 - 2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 4}{3 - 2}\right)$$

$$= Q(-9, -8)$$

$$\begin{aligned} \overline{CP}^2 + \overline{CQ}^2 &= (6^2 + 12^2) + (9^2 + 8^2) \\ &= 325 \end{aligned}$$

16. 네 점 $O(0, 0)$, $A(3, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\square OABC$ 가 평행사변형일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

평행사변형 $OABC$ 에서 두 대각선 OB , AC 의 중점이 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

17. A(1, 4), B(3, 3) 인 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (6, 7) 일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

㉠ (14, 14)

㉡ (14, 5)

㉢ (4, 14)

㉣ (5, 17)

㉤ (6, 20)

해설

C의 좌표를 (x, y) 라 할 때, 무게중심 구하는 공식을 이용하면,

$$\left(\frac{1+3+x}{3}, \frac{4+3+y}{3} \right) = (6, 7)$$

$$\therefore (x, y) = (14, 14)$$

18. 세 점 A(3, 2), B(-2, -3), C(a , b)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표 G(1, 1)일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$G\left(\frac{3+(-2)+a}{3}, \frac{2+(-3)+b}{3}\right) = G(1, 1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{3+(-2)+a}{3} = 1, 3+(-2)+a = 3, a = 2$$

$$\frac{2+(-3)+b}{3} = 1, 2+(-3)+b = 3, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6$$

19. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

- ① (0, 0) ② $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

20. 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 4)$, $B(6, 2)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 삼각형 OAP 의 넓이의 2배일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의
높이가 같으므로
 $\triangle OAB = 2\triangle OAP$ 이려면
 P 는 선분 AB 의 중점이어야 한다.
이 때, $P\left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$
즉 $P(4, 3)$ 이므로 $a = 4, b = 3$
 $\therefore a + b = 7$

