1. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$를 $x^2 + 1$로 나눈 나머지는?

① $x - 1$ ② x ③ 1

④ $x + 3$ ⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

2. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

해설

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$
$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$
$=x^4+x^2y^2+y^4$

3. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$을 $3x - 2$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $Q(1) + R$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$

양변에 $x = 1$을 대입하면, $13 = Q(1) + R$

$\therefore\ Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$를 $3x - 2$로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

4. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$를 $x+2$로 나누면 나머지가 3이다. a의 값은?

① 0　② 2　③ 3　④ -2　⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$라 놓자.
$f(-2) = 3$에서 $-2a + 9 = 3$
$\therefore\ a = 3$

5. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}=a+1=2000$$

6. $x=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2-6x+5$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 이므로

$3x=1+\sqrt{2}i$

$3x-1=\sqrt{2}i$

양변을 제곱하면 $9x^2-6x+1=-2$

$\therefore\ 9x^2-6x=-3$

$9x^2-6x+5$ 에서 $9x^2-6x$ 가 -3 이므로 $-3+5=2$

7. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$일 때

$|x-1|=x-1$이므로, $x-1=2$

$\therefore x=3$

ii) $x<1$일 때

$|x-1|=-x+1$이므로, $-x+1=2$

$\therefore x=-1$

따라서 (i), (ii)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

8. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$ ② $x = \sqrt{2}$ ③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$ ⑤ $x = 6$

해설

$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$

$\therefore\ x = \sqrt{2}$

9. 이차방정식 $x^2+(a+2)x+1=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(a+2)^2-4=0$이므로
$a^2+4a+4-4=a^2+4a=0$
따라서 $a=0$ 또는 $a=-4$
따라서 상수 a의 값의 합은 -4

10. $x^2-px+q=0$의 두 근이 α, β이다. $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=2$일 때 p^2+q^2의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p=3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q=2$이다.
따라서 $p^2+q^2=9+4=13$

11. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$

④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
$D = (k-3)^2 - 4k < 0$
$k^2 - 10k + 9 < 0$, $(k-1)(k-9) < 0$
$\therefore\ 1 < k < 9$

12. x의 범위가 $1 \le x \le 2$ 일 때, 함수 $y = x^2 - x - 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = x^2 - x - 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$ 이므로

꼭짓점의 x 좌표 $\frac{1}{2}$ 이 x의 범위에 포함되지 않는다.

$x = 1$ 일 때, $y = -1$ (최솟값),

$x = 2$ 일 때, $y = 1$ (최댓값)

따라서 최댓값과 최솟값의 곱은 -1 이다.

13. 사차방정식 $x^4+x^3-7x^2-x+6=0$의 근 중에서 최대의 근은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 6 ⑤ 2

해설

$x^4+x^3-7x^2-x+6=0$ 에서

$x=1,\ x=-1$을 대입하면 성립하므로

$x^4+x^3-7x^2-x+6$

$=(x-1)(x+1)(x^2+x-6)$

$=(x-1)(x+1)(x+3)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-3,\ -1,\ 1,\ 2$

따라서 최대의 근은 2

14. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} x+y=1 \cdots ㉠ \\ y+z=3 \cdots ㉡ \\ z+x=4 \cdots ㉢ \end{cases}$$

$㉠+㉡+㉢ \Rightarrow 2(x+y+z)=8$

$x+y+z=4 \cdots ㉣$

$㉣-㉠ \Rightarrow z=3$

$㉣-㉡ \Rightarrow x=1$

$㉣-㉢ \Rightarrow y=0$

$\therefore x^2+y^2+z^2=10$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$5=1^2+2xy$

$\therefore\ xy=2$

16. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2,\ B = 3x^2 - 2x + 1,\ C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여
$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$
② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$
④ $-3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$
$$= -2A + 5B - 4C$$
$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$
$$= -3x^2 - 24x + 21$$

17. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2\\ &= (x^2+3x)+(2x+6)\\ &= x^2+(3x+2x)+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 && (\text{분배})\\ &= (x^2+3x)+(2x+6) && (\text{분배})\\ &= x^2+(3x+2x)+6 && (\text{결합})\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $x+\frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x+1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

① $Q(x)$, R　　② $3Q(x)$, $3R$　　③ $3Q(x)$, R

④ $\frac{1}{3}Q(x)$, R　　⑤ $\frac{1}{3}Q(x)$, $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x)=Q(x)\left(x+\frac{1}{3}\right)+R=\frac{1}{3}Q(x)(3x+1)+R$$

19. $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$
\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\
 & & -1 & 2 & -2 \\
\hline
-1 & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 3 & \\
\hline
-1 & 1 & -3 & \boxed{5} & \\
 & & -1 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{-4} & &
\end{array}
$$

$\therefore\ a = -4,\ b = 5,\ c = 0$

$\therefore\ a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore\ a + b + c = 1$

20. 다항식 $P(x)=x^4+2x^3+kx^2-2x+8$가 $x-1$로 나누어 떨어지도록 상수 k의 값을 정할 때 다음 중 $P(x)$의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-2$ ④ $x+2$ ⑤ $x+4$

해설

$P(x)=(x-1)Q(x)$

$\therefore\ P(1)=1+2+k-2+8=0$

$\therefore\ k=-9$

$\therefore\ P(x)=x^4+2x^3-9x^2-2x+8$

$=(x-1)(x-2)(x+1)(x+4)$

21. 이차방정식 $x^2+2x-a=0$의 해가 3 또는 b라 할 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 8　② 10　③ 12　④ 14　⑤ 16

해설

$x=3$이 $x^2+2x+a=0$의 근이므로

$3^2+2\cdot3-A=0 \quad \therefore a=15$

$\therefore a=15$를 주어진 방정식에 대입하면

$x^2+2x-15=0,\ (x+5)(x-3)=0$

따라서 $x=-5$ 또는 $x=3$이므로 $b=-5$

$\therefore a+b=15+(-5)=10$

22. 두 함수 $y=x^2-2kx+4k$, $y=2kx-3$의 그래프에 대하여 이차함수의 그래프가 직선보다 항상 위쪽에 있도록 k의 값의 범위를 정하면?

① $-\frac{7}{9}<k<-\frac{11}{6}$　② $-\frac{1}{4}<k<-\frac{6}{5}$　③ $-\frac{1}{3}<k<0$
④ $-\frac{1}{2}<k<\frac{3}{2}$　⑤ $-\frac{1}{2}<k<\frac{7}{5}$

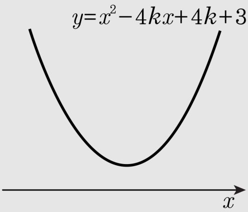
해설

함수 $y=x^2-2kx+4k$ 의 그래프가 직선 $y=2kx-3$ 보다 항상 위쪽에 있으려면

$y=x^2-2kx+4k>2kx-3$,

즉 $x^2-4kx+4k+3>0$ 이 항상 성립해야 한다.

이 때, 이 부등식이 항상 성립하려면 그림과 같이 $y=x^2-4kx+4k+3$ 의 그래프가 x 축보다 위쪽에 있어야 하므로



$$\frac{D}{4}=4k^2-4k-3<0,\quad (2k+1)(2k-3)<0$$

$$\therefore -\frac{1}{2}<k<\frac{3}{2}$$

23. 방정식 $x^3=1$의 두 허근을 ω, $\overline{\omega}$라고 할 때, 다음 관계식이 성립하지 않는 것은?

① $\omega+\overline{\omega}=-1$ ② $\omega\cdot\overline{\omega}=1$

③ $\omega^2+(\overline{\omega})^2=1$ ④ $\omega^2=\overline{\omega}$, $(\overline{\omega})^2=\omega$

⑤ $\omega^2+\omega+1=0$

해설

$x^3=1$, $(x-1)(x^2+x+1)=0$,

$x^2+x+1=0$ $\omega^3=1$,

$\omega^2+\omega+1=0$,

$\overline{\omega}^2+\overline{\omega}+1=0$

① $x^2+x+1=0$두근은

$\omega,\overline{\omega}$이므로

$\omega+\overline{\omega}=-1(\bigcirc)$

② $x^2+x+1=0$두근은

$\omega,\overline{\omega}$이므로

$\omega\cdot\overline{\omega}=1(\bigcirc)$

③ $\omega^2+\overline{\omega}^2=(\omega+\overline{\omega})^2-2\omega\cdot\overline{\omega}$

$=(-1)^2-2\cdot 1=-1(\times)$

④ $\omega+\overline{\omega}=-1,$

$\overline{\omega}=-1-\omega$

$=-(1+\omega)=\omega^2$

$\omega+\overline{\omega}=-1,\omega=-1-\overline{\omega}=-(1+\overline{\omega})$

$=\overline{\omega}^2(\bigcirc)$

⑤$\omega^2+\omega+1=0$ $(\bigcirc)$

24. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y+2z=1 \\ -3x+y-z=a \\ x+y+bz=2 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -4 ③ -5 ④ -6 ⑤ -7

해설

$$\begin{cases} 2x-y+2z=1 & \cdots ㉠ \\ -3x+y-z=a & \cdots ㉡ \\ x+y+bz=2 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠ + ㉡하면

$-x+z=1+a \quad \cdots ㉣$

㉠ + ㉢ 하면

$3x+(2+b)z=3 \quad \cdots ㉤$

㉣, ㉤를 연립하여 풀면 해가 무수히 많으므로

$$-\frac{1}{3}=\frac{1}{2+b}=\frac{1+a}{3}$$

$\therefore 2+b=-3 \quad \therefore b=-5$

$1+a=-1 \quad \therefore a=-2$

$\therefore a+b=-7$

25. 0이 아닌 실수 x, y가 $(x^2+1)(y^2+4a^2)-8axy=0$을 만족할 때, x에 관한 이 방정식은 실수 a에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. $(a \neq 0)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$(x^2+1)(y^2+4a^2)-8axy=0$에서

$x^2y^2+4a^2x^2+y^2+4a^2-8axy=0$

$(x^2y^2-4axy+4a^2)+(y^2-4axy+4a^2x^2)=0$

$(xy-2a)^2+(y-2ax)^2=0$

$xy-2a$, $y-2ax$는 실수이므로

$xy-2a=0$, $y-2ax=0$

$\therefore\ xy=2a$, $y=2ax$

두 식을 연립하면, $2ax^2=2a$

$(a \neq 0)$이므로 $x^2=1$, $x=\pm 1$