

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. 다항식 $A = x^2 - x + 1$, $B = 3x^2 - 2x - 1$ 에 대하여 $X + 2A = B$ 를 만족하는 다항식 X 를 구하면?

① $x^2 + 3x + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 - 3$

④ $x^2 + 1$

⑤ $2x^2 - x + 1$

해설

$$\begin{aligned} X &= B - 2A \\ &= (3x^2 - 2x - 1) - 2(x^2 - x + 1) \\ &= x^2 - 3 \end{aligned}$$

해설

3. 다음 두 다항식 A , B 에 대하여 $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, \quad B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$

② $5x^2 - xy - 3y^2$

③ $5x^2 + xy + 3y^2$

④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

4. $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$

② $-72a^7x^8$

③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$

⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

5. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

$\therefore$ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

6. $(a - b - c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

③ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$

④ $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$

해설

$$\begin{aligned}(a - b - c)^2 \\&= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2a(-b) + 2(-b)(-c) + 2(-c)a \\&= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca\end{aligned}$$

7. $(x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(x^2 + 2x - 5)$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하면?

① 10

② 15

③ 19

④ 21

⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

i) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2 + 4x^2 = 19x^2$

ii) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

$\therefore x^2$ 의 계수는 $19 + 6 = 25$

8. $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

$$\text{따라서 } a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$$

9. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은?

① 2^n

② 2^{n+1}

③ 2^{n+2}

④ 2^{n+3}

⑤ 2^{n+4}

해설

$$(a+b)^n = A, (a-b)^n = B$$

$$(\text{준식}) = (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2)$$

$$= 4AB$$

$$= 4 \{(a+b)(a-b)\}^n$$

$$= 4 \times 2^n$$

$$= 2^{n+2}$$

10. $(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8)$ 을 간단히 하면?

① $4^8 + 3^8$

② $4^{15} - 3^{15}$

③ $4^{15} + 3^{15}$

④ $4^{16} - 3^{16}$

⑤ $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4 - 3)(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^2 - 3^2)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^4 - 3^4)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^8 - 3^8)(4^8 + 3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

11. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 20m이고 대각선의 길이가 3m일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m^2 인가?

① 12m^2

② 13m^2

③ 14m^2

④ 15m^2

⑤ 16m^2

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a + b + c) = 20, a + b + c = 5$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 3, a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

$$(\text{겉넓이}) = 2(ab + bc + ca)$$

$$= (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$= 25 - 9 = 16(\text{m}^2)$$

12. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은 ?

$$\textcircled{1} (x-a)(x-b)(x-c)$$

$$= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{2} \{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$\textcircled{3} (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$\textcircled{4} (x+a)(x+b)(x+c)$$

$$= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$$

$$\textcircled{5} (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c 라 하면 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \dots \textcircled{㉠}$$

또, 모든 모서리의 길이의 합은 176이므로

$$4(a+b+c) = 176$$

$$\therefore a+b+c = 44 \dots \textcircled{㉡}$$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$ 이므로

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \dots \textcircled{㉢}$$

따라서 ㉠, ㉡을 ㉢에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152이다.

13. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

14. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$a(a+1) = 1 \text{ 에서}$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$a^4 = (-a + 1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

$$= (-a + 1) - 2a + 1 = -3a + 2$$

$$a^6 = a^4 \times a^2 = (-3a + 2)(-a + 1)$$

$$= 3a^2 - 5a + 2 = 3(-a + 1) - 5a + 2$$

$$= -8a + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a^4 - a^2}{a^6 - 1} &= \frac{-3a + 2 - (-a + 1)}{-8a + 5 - 1} \\ &= \frac{-2a + 1}{-2a + 1} \\ &= \frac{-8a + 4}{4(-2a + 1)} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

15. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, $x^5 + y^5$ 의 값을 구하면?

① 12

② 32

③ 52

④ 82

⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 (*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$