

1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

- ① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.
- ② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.
- ④ x 에 관한 4차식이다.
- ⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

- ④ x 에 관한 2차식이다.

2. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$ 에 대하여 $A - B$ 의 계산결과로 맞는 식은?

① $2x - 3y - 1$

② $4x + y - 1$

③ $2x + 3y + 3$

④ $4x - 3y + 3$

⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

3. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

① 5차

② 7차

③ 12차

④ 17차

⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4 (x^3 + 1)^3$ 은

$8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a + b) = ma + mb$

② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

④ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

5. 다항식 $(x^2 + 2x - 3)(3x^2 + x + k)$ 의 전개식에서 일차항의 계수가 15 일 때, 상수 k 의 값은?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

상수항과 일차항만의 곱을 구하면,

$$-3x + 2kx = 15x$$

$$\therefore k = 9$$

6. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax + by = 0$

② $a + b = x + y$

③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④ $x = y$

⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

7. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned}\text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1\end{aligned}$$

8. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) + a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록 a 의 값을 정하면?

① 4

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 16

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$$

여기서, $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = X(X + 8) + a$$

$$= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$$

따라서 $a = 16$

9. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0

② -1

③ 1

④ -10

⑤ 10

해설

우변을 통분하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$$

10. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 6$, $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

공식 $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면 $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$$\frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

11. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$(-1) \times (-2) = x^5 + \frac{1}{x^5} + 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

해설

$x + \frac{1}{x} = 1$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 - x + 1 = 0, (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0,$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1$$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= -(-1) = 1 \end{aligned}$$

12. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^{101} + \frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1

② -1

③ -2

④ 2

⑤ 101

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 에서 } x^2 + 1 = x$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0, x^3 = -1$$

$$(\text{준 식}) = (x^3)^{33} \cdot x^2 + \frac{1}{(x^3)^{33} \cdot x^2}$$

$$= -x^2 + \frac{-1}{x^2} = -\frac{x^4 + 1}{x^2} = -\frac{-x + 1}{x^2}$$

$$= \frac{x - 1}{x^2} = 1$$