1. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2} - 3\sqrt{-8} + \sqrt{-32})$ 을 계산하면?

① i　　② $\frac{1}{2}$　　③ $-i$　　④ $-\frac{1}{2}$　　⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i}\left(3\sqrt{2}i - 6\sqrt{2}i + 4\sqrt{2}i\right) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

2. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면
$(x - 3)^2 = (2i)^2$ $\therefore$ $x^2 - 6x = -13$
$x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$
$\therefore$ -23

3. 방정식 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $\mathrm{C}(a,b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a+b+r$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+y^2-2x+4y+1=0$
$(x-1)^2+(y+2)^2=-1+1+4$
$(x-1)^2+(y+2)^2=2^2$ 이므로
$\therefore \mathrm{C}(1,\ -2),\ r=2 \quad \therefore a+b+r=1$

4. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$의 최대공약수가 $x - 1$일 때, $a + b$의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ −1 ⑤ −2

해설

최대공약수가 $x - 1$이므로
$x^2 + ax + b$와 $x^2 + 3bx + 2a$는
모두 $x - 1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1 + a + b = 0$이고 $1 + 3b + 2a = 0$
따라서, $a = -2,\ b = 1$
$\therefore\ a + b = -1$

5. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$에서 $(x+2)(x-2) < 0$
$\therefore -2 < x < 2 \cdots\cdots$ ㉠
$x^2 - 4x < 5$에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$
$(x+1)(x-5) < 0$
$\therefore -1 < x < 5 \cdots\cdots$ ㉡
따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를
동시에 만족하는 x의 값이므로
$\therefore -1 < x < 2$

6. 세 점 $A(2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, 0)$에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$가 성립할 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}$, $\overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$

$\overline{AC} = \overline{BC}$에서 $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$

$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$

$4a = 20$

$\therefore\ a = 5$

7. 직선 $2x+4y+1=0$에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$라 할 때 $2a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$의 기울기는

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}$ 에서 $-\frac{1}{2}$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$을 연립하여 풀면

$x=-4,\ y=3$

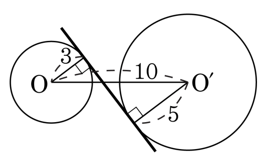
$y-3=-\frac{1}{2}(x+4)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+1$이므로

$a=-\frac{1}{2}$, $b=1$

$\therefore\ \ 2a+b=0$

8. 다음 그림의 두 원 O와 O′ 에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3+5)^2} = 6$

9. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 나머지가 $x+4$ 이고, x^2-4x+3 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x+3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3-6x^2+11x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86　② 88　③ 90　④ 92　⑤ 94

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x)+x+4$

$\cdots f(1)=5, f(2)=6 \cdots$ ㉠

$f(x) = (x-1)(x-3)P(x)+2x+3$

$\cdots f(1)=5, f(3)=9 \cdots$ ㉡

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x)+R(x)$

$R(x) = ax^2+bx+c \cdots$ ㉢

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$a+b+c=5,\ 4a+2b+c=6,\ 9a+3b+c=9$

세식을 연립하여 풀면, $a=1,\ b=-2,\ c=6$

$R(x)=x^2-2x+6$

$\therefore R(10)=86$

10. 두 다항식 A, B의 최대공약수가 $x+1$이고, 곱이 $x^4+x^3-7x^2-13x-6$이다. A, B의 최소공배수를 $f(x)$라 할 때, $f(3)$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$AB = LG,\ G = x+1$

$AB = x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6$

$\quad = (x+1)^2(x+2)(x-3)$

$f(x) = (x+1)(x+2)(x-3),\ f(3) = 0$

11. 세 직선 $x+y+2=0,\ x-y-4=0,\ 3x-ky-9=0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \le k \le 3,\ k < -6$ ② $k=2,\ k=\pm 3$

③ $-3 < k < 3,\ k > 6$ ④ $k \ne 2,\ k \ne \pm 3$

⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x+y+2=0 & \cdots ㉠ \\ x-y-4=0 & \cdots ㉡ \\ 3x-ky-9=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

㉠, ㉡ 의 교점은 $(1,\ 3)$ 이 ㉢위에 있지 않다.

$\therefore\ 3+3k-9 \ne 0 \quad \therefore\ k \ne 2$

㉠, ㉢ 은 평행하지 않으므로

$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne -3$

㉡, ㉢ 은 평행하지 않으므로,

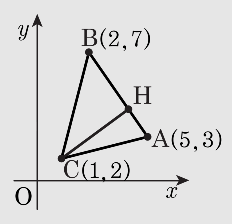
$\dfrac{1}{3} \ne \dfrac{-1}{-k} \ \rightarrow\ k \ne 3$

$\therefore\ k \ne 2,\ k \ne \pm 3$

12. $A(5,3)$, $B(2,7)$, $C(1,2)$ 를 삼각형 ABC 의 세 꼭지점이라 할 때, 점 C 에서 직선 AB 에 내린 수선의 길이는?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{17}{5}$ ⑤ $\frac{19}{5}$

해설



직선 AB 의 방정식은 $4x+3y-29=0$ 이다. 점 $C(1,\ 2)$ 에서 직선 AB 에 내린

수선의 길이는 $\overline{CH}=\frac{|\,4\cdot1+3\cdot2-29\,|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{19}{5}$

13. $x^2-2kx+1=0$의 해를 α, β라 할 때, $\alpha^3+\beta^3=2$가 되도록 하는 k의 값들의 합을 구하면?

① 1　② $-\frac{1}{2}$　③ $-\frac{3}{4}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$\alpha+\beta=2k,\ \alpha\beta=1$이므로
$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=2$에서
$(2k)^3-3\cdot1\cdot2k=2$
$4k^3-3k-1=0,\ (k-1)(4k^2+4k+1)=0,$
$(k-1)(2k+1)^2=0$
$\therefore\ k=1,\ -\frac{1}{2}$
$\therefore\ k$값들의 합은 $\frac{1}{2}$

14. 이차방정식 $x^2-(p+1)x+2p-1=0$의 두 근이 모두 -2와 2사이에 있도록 실수 p의 값의 범위를 구하면?

① $p>5,\ p<1$　② $-\frac{5}{4}<p<1$　③ $-5<p<3$

④ $p>1,\ p<-1$　⑤ $p>5,\ p<-1$

해설

$f(x)=x^2-(p+1)x+2p-1$로 놓으면

(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D>0$에서

$(p+1)^2-4(2p-1)>0,\ \ p^2+2p+1-8p+4>0$

$p^2-6p+5>0,\ \ (p-5)(p-1)>0$

$\therefore\ p>5,\ p<1$

(ii) $f(-2)>0$에서

$4+2(p+1)+2p-1>0$

$4p+5>0,\ 4p>-5\quad \therefore\ p>-\frac{5}{4}$

(iii) $f(2)>0$에서

$4-2p-2+2p-1>0$ ∴ 성립

(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로

$-2<\frac{p+1}{2}<2\qquad -4<p+1<4$

$\therefore\ -5<p<3$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서

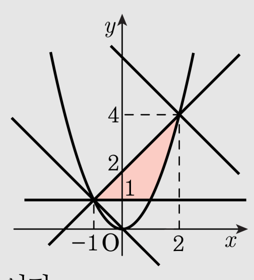
$\therefore\ -\frac{5}{4}<p<1$

15. 다음 연립 부등식 $y \geq x^2$, $y \leq x+2$, $y \geq 1$ 을 만족하는 x , y 에 대하여 $x+y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y \geq x^2$ 은 $y = x^2$ 의 윗부분(경계선 포함),
$y \leq x+2$ 는 $y = x+2$ 의 아랫부분,
$y \geq 1$ 은 $y = 1$ 의 윗부분이고
이들을 동시에 만족하는 부등식의 영역을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



$x+y = k$ 라 하면 직선 $y = -x+k$ 은 기울기가 -1 이고 y 절편이 미지수인 직선이다.
다음 그림에서 보이는 것처럼
직선이 $(2,\ 4)$ 를 지날 때 y 절편이 최대이고,
$(-1,\ 1)$ 을 지날 때 y 절편이 최소이다.
$(2,\ 4)$ 와 $(-1,\ 1)$ 를 $y = -x+k$ 에 대입하여 k 값을 구하면
k 의 최댓값은 6 이고 k 의 최솟값은 0 이다.
$M+m = 6+0 = 6$