

1. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2} - 3\sqrt{-8} + \sqrt{-32})$ 을 계산하면?

- ① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} (3\sqrt{2}i - 6\sqrt{2}i + 4\sqrt{2}i) \\&= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\&= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

2. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -4$$

$$x^2 - 6x - 10 = -4 - 10 = -14$$

$$\therefore -14$$

3. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -1 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore C(1, -2), r = 2 \quad \therefore a + b + r = 1$$

4. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는

모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.

$\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$

따라서, $a = -2$, $b = 1$

$\therefore a + b = -1$

5. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

6. 세 점 $A(2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(a, 0)$ 에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}, \overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$$

$$4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

7. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

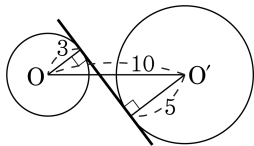
$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

8. 다음 그림의 두 원 O와 O'에서 공통내접선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

공통내접선의 길이는 $\sqrt{10^2 - (3 + 5)^2} = 6$

9. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 $x + 4$ 이고, $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x + 3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86

② 88

③ 90

④ 92

⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \textcircled{\text{㉢}}$$

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면, $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

10. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+1$ 이고, 곱이 $x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6$ 이다. A, B 의 최소공배수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(3)$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$AB = LG, \quad G = x + 1$$

$$AB = x^4 + x^3 - 7x^2 - 13x - 6$$

$$= (x + 1)^2(x + 2)(x - 3)$$

$$f(x) = (x + 1)(x + 2)(x - 3), \quad f(3) = 0$$

11. 세 직선 $x + y + 2 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x - ky - 9 = 0$ 이 삼각형을 만들 수 있기 위한 k 의 조건은?

① $-3 \leq k \leq 3$, $k < -6$

② $k = 2$, $k = \pm 3$

③ $-3 < k < 3$, $k > 6$

④ $k \neq 2$, $k \neq \pm 3$

⑤ $-3 < k$ 또는 $k > 3$

해설

$$\begin{cases} x + y + 2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y - 4 = 0 & \cdots \textcircled{㉡} \\ 3x - ky - 9 = 0 & \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

이 삼각형이 되려면 세 직선이 한 점에서 만나지 않고, 어느 두 직선도 평행하지 않아야 하므로

①, ② 의 교점은 (1, 3) 이 ③위에 있지 않다.

$$\therefore 3 + 3k - 9 \neq 0 \quad \therefore k \neq 2$$

①, ③ 은 평행하지 않으므로

$$\frac{1}{3} \neq \frac{1}{-k} \rightarrow k \neq -3$$

②, ③ 은 평행하지 않으므로,

$$\frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-k} \rightarrow k \neq 3$$

$$\therefore k \neq 2, k \neq \pm 3$$

12. $A(5, 3)$, $B(2, 7)$, $C(1, 2)$ 를 삼각형 ABC 의 세 꼭지점이라 할 때, 점 C 에서 직선 AB 에 내린 수선의 길이는?

① $\frac{3}{5}$

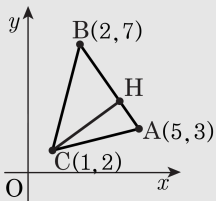
② $\frac{7}{5}$

③ $\frac{13}{5}$

④ $\frac{17}{5}$

⑤ $\frac{19}{5}$

해설



직선 AB 의 방정식은 $4x + 3y - 29 = 0$ 이다. 점 $C(1, 2)$ 에서 직선 AB 에 내린

$$\text{수선의 길이는 } \overline{CH} = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 29|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{19}{5}$$

13. $x^2 - 2kx + 1 = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3 = 2$ 가 되도록 하는 k 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② $-\frac{1}{2}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

$\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = 1$ 이므로

$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2$ 에서

$$(2k)^3 - 3 \cdot 1 \cdot 2k = 2$$

$$4k^3 - 3k - 1 = 0, (k-1)(4k^2 + 4k + 1) = 0,$$

$$(k-1)(2k+1)^2 = 0$$

$$\therefore k = 1, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore k \text{ 값들의 합은 } \frac{1}{2}$$

14. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2p - 1 = 0$ 의 두 근이 모두 -2 와 2 사이에 있도록 실수 p 의 값의 범위를 구하면?

- ① $p > 5, p < 1$ ② $-\frac{5}{4} < p < 1$ ③ $-5 < p < 3$
 ④ $p > 1, p < -1$ ⑤ $p > 5, p < -1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2p - 1$ 로 놓으면

(i) 이차방정식이 두 근을 가지므로 $D > 0$ 에서

$$(p+1)^2 - 4(2p-1) > 0, \quad p^2 + 2p + 1 - 8p + 4 > 0$$

$$p^2 - 6p + 5 > 0, \quad (p-5)(p-1) > 0$$

$$\therefore p > 5, \quad p < 1$$

(ii) $f(-2) > 0$ 에서

$$4 + 2(p+1) + 2p - 1 > 0$$

$$4p + 5 > 0, \quad 4p > -5 \quad \therefore p > -\frac{5}{4}$$

(iii) $f(2) > 0$ 에서

$$4 - 2p - 2 + 2p - 1 > 0 \quad \therefore \text{성립}$$

(iv) 대칭축이 -2 와 2 사이에 있어야 하므로

$$-2 < \frac{p+1}{2} < 2 \quad -4 < p+1 < 4$$

$$\therefore -5 < p < 3$$

따라서 (i), (ii), (iii), (iv)에서

$$\therefore -\frac{5}{4} < p < 1$$

15. 다음 연립 부등식 $y \geq x^2$, $y \leq x+2$, $y \geq 1$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$y \geq x^2$ 은 $y = x^2$ 의 윗부분 (경계선 포함),

$y \leq x+2$ 는 $y = x+2$ 의 아랫부분,

$y \geq 1$ 은 $y = 1$ 의 윗부분이고

이들을 동시에 만족하는 부등식의 영역을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

$x+y=k$ 라 하면 직선 $y = -x+k$ 은 기울기가 -1 이고 y 절편이 미지수인 직선이다.

다음 그림에서 보이는 것처럼

직선이 $(2, 4)$ 를 지날 때 y 절편이 최대이고,

$(-1, 1)$ 을 지날 때 y 절편이 최소이다.

$(2, 4)$ 와 $(-1, 1)$ 를 $y = -x+k$ 에 대입하여 k 값을 구하면 k 의 최댓값은 6 이고 k 의 최솟값은 0 이다.

$$M+m=6+0=6$$

