

1. 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

- ㉠ $1 \leq x \leq 100$
- ㉡ $\frac{x}{78}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

▶ 답 : 2 개

▶ 정답 : 2 2 개

해설

$78 = 2 \times 39$ 이므로 x 는 39의 배수이다.
 $1 \leq x \leq 100$ 인 39의 배수는 39와 78이다.

2. $0.\dot{5}\dot{6} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.3\dot{2} = b \times 0.\dot{0}\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 15

② 17

③ 21

④ 25

⑤ 27

해설

$$\frac{56}{99} = a \times \frac{1}{99}$$

$$\therefore a = 56$$

$$\frac{29}{90} = b \times \frac{1}{90}$$

$$\therefore b = 29$$

$$\therefore a - b = 56 - 29 = 27$$

3. $X = (-3xy^2)^2 \times 2x^3y$, $Y = (-2x^3y^2)^3 \div (-3xy^2)$ 일 때, $X \div Y$ 를 계산하여 간단하게 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27y}{4x^3}$

해설

$$X = 9x^2y^4 \times 2x^3y = 18x^5y^5$$

$$Y = (-8x^9y^6) \div (-3xy^2) = \frac{8}{3}x^8y^4$$

$$X \div Y = 18x^5y^5 \div \left(\frac{8}{3}x^8y^4\right) = \frac{27y}{4x^3}$$

4. $48x^5y^3 \div \square = (-2x^2y)^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

- ① $-6xy$ ② $6xy$ ③ $12xy$ ④ $-\frac{1}{6xy}$ ⑤ $\frac{1}{6xy}$

해설

$$\square = 48x^5y^3 \div (-2x^2y)^2 = 12xy$$

5. $\left(5x - \frac{1}{2}y\right)^2$ 을 전개하면 $ax^2 - 5xy + by^2$ 이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 25 ④ 100 ⑤ 125

해설

$$(5x)^2 - 2 \times 5x \times \frac{1}{2}y + \left(\frac{1}{2}y\right)^2 = 25x^2 - 5xy + \frac{1}{4}y^2$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 25 \times 4 = 100$$

6. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} &x(x-1)(x+2)(x-3) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\} \\ &= (x^2-x)(x^2-x-6) \\ &x^2-x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2-6t \\ &t = x^2-x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4-2x^3-5x^2+6x \\ &\text{따라서 } a+b+c = -2-5+6 = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

7. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하면?

① 3

② 5

③ 7

④ -5

⑤ -7

해설

$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$
 $= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\}$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-6)$
 x^2 의 계수를 구해야 하므로, $-6x^2+x^2-2x^2 = -7x^2$ 에서 x^2 의 계수는 -7 이다.

8. 밑면의 둘레의 길이가 $2a\pi$ 인 원기둥의 부피가 $10(a^3b + a^2)\pi$ 일 때, 이 원기둥의 높이 h 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10ab + 10$

해설

원기둥의 높이를 h 라 하자.

$$a^2\pi \times h = 10(a^3b + a^2)\pi$$

$$\therefore h = 10(a^3b + a^2)\pi \times \frac{1}{a^2\pi} = 10ab + 10$$

9. 가로, 세로의 길이가 $4x$, $3xy^2$ 인 직육면체의 부피가 $12x^3y^3 - 24x^2y^2$ 일 때, 직육면체의 높이는?

㉠ $xy - 2$

㉡ $x^2 - 2$

㉢ $xy^2 - 2y$

㉣ $x^2y - 2y$

㉤ $xy - 2y$

해설

직육면체의 높이를 h 라 하자.

$$12x^3y^3 - 24x^2y^2 = 4x \times 3xy^2 \times h$$

$$\therefore h = \frac{12x^3y^3 - 24x^2y^2}{12x^2y^2} = xy - 2$$

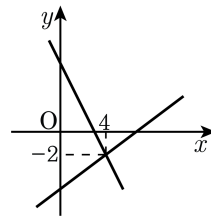
10. 집합 $A = \{(x, y) | x + 2y = 7, x, y \text{는 자연수}\}$ 일 때, $n(A)$ 는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x + 2y = 7$ 의 y 에 1, 2, 3, ... 을 차례대로 대입하여 자연수가 되는 순서쌍을 구하면 (1, 3), (3, 2), (5, 1) 이다.
따라서, $n(A) = 3$ 이다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + ay = 20 \\ bx + y = -6 \end{cases}$ 의 해의 집합을 그래프로 그려서 구한 것이다. 이 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

교점의 좌표 (4, -2)가 연립방정식의 해이므로 $x = 4, y = -2$

를 두 방정식에 대입하면

$$12 - 2a = 20 \quad \therefore a = -4$$

$$4b - 2 = -6 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$$

12. x, y 에 관한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때 a, b 의 값은?

$$(가) \begin{cases} 6x - y = 4 \\ -2ax + by = 10 \end{cases}$$

$$(나) \begin{cases} 7x - 2y = 3 \\ bx - (3 + a)y = 1 \end{cases}$$

① $a = 1, b = 2$

② $a = -2, b = 3$

③ $a = 3, b = -2$

④ $a = 2, b = 1$

⑤ $a = -3, b = 2$

해설

$6x - y = 4, 7x - 2y = 3$ 을 연립하여 풀면 $x = 1, y = 2$ 가 나온다.

따라서 이를 나머지 두 식에 대입하여 풀면 $a = -2, b = 3$ 이 나온다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $(x+y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 & \cdots \textcircled{A} \\ 3x - y = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 을 하면 $3y = 3 \quad \therefore y = 1$

$y = 1$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $3x - 1 = 2 \quad \therefore x = 1$

$x = 1, y = 1$ 을 $(x + y)^2$ 에 대입하면

$$(1 + 1)^2 = 2^2 = 4$$

14. 연립방정식 $\frac{x-2}{3} = \frac{3(2y-1)-1}{4} = 2$ 를 만족하는 y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2$

해설

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} = 2 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{3(2y-1)-1}{4} = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식 양변에 3 을 곱하고 ②식 양변에 4 를 곱한다.

$$\begin{cases} x-2=6 \\ 3(2y-1)-1=8 \end{cases}$$

$$\therefore x=8, y=2$$

15. 도서관에 갔다 오는데 갈 때는 시속 3km 로 걷고, 올 때는 갈 때보다 1km 더 먼 길을 시속 4km 로 걸었다. 도서관에 갔다 오는데 모두 1 시간이 걸렸다고 할 때, 도서관까지 왕복한 거리를 구하여라.

▶ 답 : km

▷ 정답 : $\frac{25}{7}$ km

해설

갈 때 걸은 거리를 xkm , 올 때 걸은 거리를 ykm 라 하면

$y = x + 1$, $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ 이므로 $x = \frac{9}{7}$, $y = \frac{16}{7}$ 이다.

따라서 왕복한 거리는 $\frac{9}{7} + \frac{16}{7} = \frac{25}{7}$ (km) 이다.

16. $G(x) = a^{2x}b^x$ 이라 할 때, $G(x) \times G(2x) \times G(3x) = G(Ax)$ 의 A 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$G(2x) = a^{2 \times 2x} \times b^{2x} = (a^{2x}b^x)^2 = \{G(x)\}^2 \text{ 이고}$$

$$G(3x) = a^{2 \times 3x} \times b^{3x} = (a^{2x}b^x)^3 = \{G(x)\}^3 \text{ 이므로}$$

$$G(nx) = \{G(x)\}^n \text{ 이다.}$$

$$G(x) \times G(2x) \times G(3x) = G(x) \times \{G(x)\}^2 \times \{G(x)\}^3 = \{G(x)\}^6 =$$

$$G(6x) = G(Ax)$$

$$\therefore A = 6$$

17. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

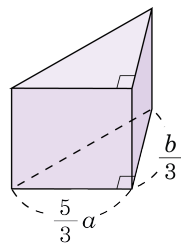
해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5개이다.

18. 다음 그림은 밑면이 직각삼각형이고 부피가 $\frac{b^3}{2a}$ 인 삼각기둥이다. 밑면에서 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 $\frac{5}{3}a, \frac{b}{3}$ 일 때, 이 삼각기둥의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9b^2}{5a^2}$

해설

$$(\text{삼각기둥의 높이}) = \frac{b^3}{2a} \div \left(\frac{1}{2} \times \frac{5a}{3} \times \frac{b}{3} \right) = \frac{b^3}{2a} \times \frac{18}{5ab} = \frac{9b^2}{5a^2}$$

19. $2^{10} = A$, $3^{10} = B$ 라 할 때, 다음 식 $\frac{8^{10}}{9^{10}}$ 을 A , B 로 나타내시오.

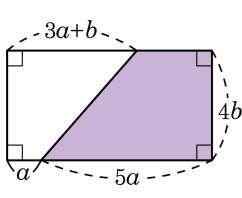
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{A^3}{B^2}$

해설

$$\frac{8^{10}}{9^{10}} = \frac{2^{30}}{3^{20}} = \frac{A^3}{B^2}$$

20. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이 S 를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 것은?



- ① $S = 16ab - b^2$

③ $S = 16ab - 3b^2$

⑤ $S = 16ab - 5b^2$
- ② $S = 16ab - 2b^2$

④ $S = 16ab - 4b^2$

해설

색칠한 사다리꼴의 윗변의 길이는
 $a + 5a - (3a + b) = 3a - b$
 $\therefore S = \frac{1}{2} \{ (3a - b) + 5a \} \times 4b$
 $= \frac{1}{2} (8a - b) \times 4b$
 $= (8a - b) \times 2b$
 $= 16ab - 2b^2$

21. 밑면의 반지름 r , 높이 h 인 원뿔이 있다. 원뿔의 부피를 v 라고 할 때, 부피를 h 에 관하여 풀면?

① $h = \frac{v}{3\pi r^2}$

② $h = \frac{v}{\pi r^2}$

③ $h = \frac{3vr^2}{\pi}$

④ $h = \frac{3v}{\pi r^3}$

⑤ $h = \frac{3v}{\pi r^2}$

해설

$$v = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\pi r^2 h = 3v$$

$$\therefore h = \frac{3v}{\pi r^2}$$