

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점이 꼭짓점이다.
- ② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

2. 이차함수 $y = 2(x-4)^2 + 3$ 의 그래프에 대하여 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 바르게 구한 것을 고르면?

① $(2, 3)$, $x = 2$

② $(4, 3)$, $y = 3$

③ $(-4, -3)$, $y = -3$

④ $(4, 3)$, $x = 4$

⑤ $(-4, 3)$, $x = -4$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이고 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

3. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \text{을 } x \text{ 축의 방향으로 2 만큼}$$

평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$a^2 - a - 4 = -2$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

4. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$
- ㉡ $y = 2x^2 - x$
- ㉢ $y = -(2 + x)(2 - x) + 3$
- ㉣ $y = -x^2 - 4x + 1$
- ㉤ $y = x^2 - 2x - 2(1 + x^2)$
- ㉥ $y = -(1 - x)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

a 의 절댓값이 같으면 폭이 같다. 따라서 각각의 절댓값을 구하면
㉠ $\frac{1}{3}$ ㉡ 2 ㉢ 1 ㉣ 1 ㉤ 1 ㉥ 1
따라서 폭이 같은 것은 ㉢,㉣,㉤,㉥이다.

5. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

6. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(0, 3)$ 을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 일 때, 이 이차함수의 식은?

① $y = -5x^2 - 10x + 3$

② $y = 5x^2 + 10x + 3$

③ $y = -5x^2 + 9x - 2$

④ $y = 5x^2 - 10x + 3$

⑤ $y = 5x^2 + 10x + 2$

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

$(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a(-1)^2 - 2$$

$$a = 5$$

$$y = 5(x - 1)^2 - 2$$

$$\therefore y = 5x^2 - 10x + 3$$

7. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x + 1)(x - 2) = 3x^2 - 3x - 6$$

8. $y = -3(x - 2)(x - 4)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -3(x - 2)(x - 4) \\&= -3(x^2 - 6x + 8) \\&= -3x^2 + 18x - 24 \\&= -3(x - 3)^2 + 3 \\x &= 3 \text{ 일 때, 최댓값은 } 3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 일 때, $2f(1) - f(-1) \cdot f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(1) = 2$, $f(-1) = 6$, $f(2) = 3$ 이므로 $2f(1) - f(-1) f(2) = 4 - 18 = -14$ 이다.

10. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 (1, 3), (2, 6) 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

11. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(a, 2)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$y = \frac{1}{2}(x-3)^2$ 에 점 $(a, 2)$ 를 대입

$$2 = \frac{1}{2}(a-3)^2, (a-3)^2 = 4$$

$$a-3 = \pm 2$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = 5$$

12. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니, $y = 2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, $m - n$ 의 값은?

① -6 ② -8 ③ 6 ④ 8 ⑤ 2

해설

원래 식의 꼭짓점은 $(3, -2)$ 이고
평행이동한 후의 꼭짓점은 $(-2, 1)$ 이다.
 $\therefore m = -5, n = 3$
 $m - n = -5 - 3 = -8$

13. 포물선 $y = x^2 + 4ax + 2a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$x^2 + 4ax + 2a - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -4a, \quad \alpha\beta = 2a - 1$$

$$\alpha - \beta = \sqrt{3}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$3 = 16a^2 - 8a + 4, \quad 16a^2 - 8a + 1 = 0$$

$$(4a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{4}$$

14. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$

② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

15. 축의 방정식이 $x = 2$ 이고, 두 점 $\left(0, \frac{5}{3}\right), \left(1, \frac{8}{3}\right)$ 을 지나는 포물선에
서 꼭짓점과 x 절편을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $\left(0, \frac{5}{3}\right), \left(1, \frac{8}{3}\right)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{r} \frac{5}{3} = 4a + q \\ -) \frac{8}{3} = a + q \\ \hline -1 = 3a \end{array}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, q = 3$$

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표 : } (2, 3)$$

x 절편은 y 좌표의 값이 0 이므로

$$-\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3 = 0 \text{ 의 양변에 } -3 \text{ 을 곱하면}$$

$$(x - 2)^2 - 9 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 1) \times 3 = 9$ 이다.

16. 이차함수 $y = -2x^2 + b(1-a)x + 3$ 은 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 최댓값은 b 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{34}{5}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2(x+1)^2 + b \\&= -2(x^2 + 2x + 1) + b \\&= -2x^2 - 4x - 2 + b \\-2 + b &= 3 \\\therefore b &= 5 \\b - ab &= -4, \quad 5 - 5a = -4 \\-5a &= -9 \\\therefore a &= \frac{9}{5} \\\therefore a + b &= \frac{9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{34}{5}\end{aligned}$$

17. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

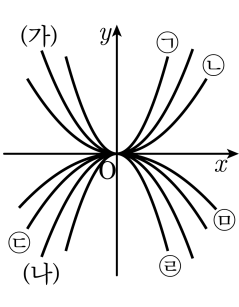
해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

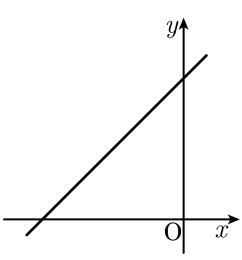
$$y = (x + 8)^2 - 64$$

18. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이
고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 <$
 $a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은
것은?
- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

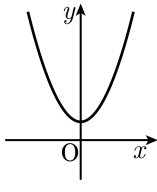


해설
 $0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡ 이다.

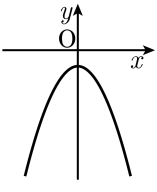
19. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



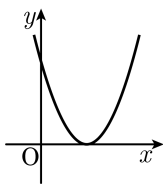
①



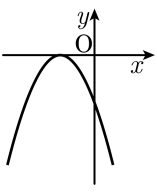
②



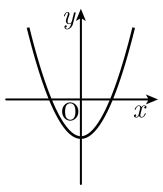
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

20. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

21. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x + 1)(x - 3)$
 $(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4 + 1)(4 - 3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -4 를 가지며 점 $(1, 2)$ 를 지난다. 이 때, $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(3, -4)$ 이므로 $y = a(x-3)^2 - 4$

$(1, 2)$ 를 대입하면

$$2 = 4a - 4$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}(x-3)^2 - 4 = \frac{3}{2}x^2 - 9x + \frac{19}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = -9, c = \frac{19}{2}$$

$$\therefore a - b - c = \frac{3}{2} - (-9) - \frac{19}{2} = 1$$

23. 직선 $y = 1 - x$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = ax^2$, $y = bx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 C, B, y 축과 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 가 되기 위한 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $a > b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

▷ 정답 : $b = \frac{4}{9}$

해설

A(1.0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} = \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{CB}$ 이므로

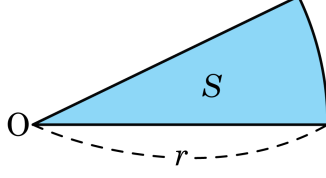
$B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right), C\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$

$y = bx^2$ 가 $B\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$ 를 지나므로 $b = \frac{4}{9}$

$y = ax^2$ 가 $C\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ 를 지나므로 $a = 12$

$\therefore a = 12, b = \frac{4}{9}$

24. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가 r cm 일 때, 넓이를 S cm² 라고 한다. S 가 최대일 때, r 의 값은? (단, 반지름의 길이가 r , 호의 길이가 l 인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$ 임을 이용하여라.)



- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

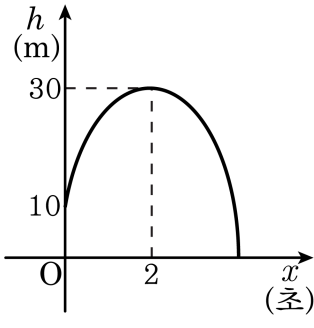
해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을 r cm 이라 하면 호의 길이는 $(12 - 2r)$ cm 이다.

$$\begin{aligned}(\text{부채꼴의 넓이}) &= \frac{1}{2}r(12 - 2r) = -r^2 + 6r \\ &= -(r - 3)^2 + 9\end{aligned}$$

따라서 $r = 3$ 일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.

25. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



- ① 4 초
- ② $(\sqrt{6}-2)$ 초
- ③ $(2+\sqrt{6})$ 초
- ④ 5 초
- ⑤ 6 초

해설

$y = a(x-2)^2 + 30$ 이고, $(0, 10)$ 을 지난다.
 $10 = 4a + 30$
 $\therefore a = -5$
 $\therefore y = -5(x-2)^2 + 30 = -5x^2 + 20x + 10$
 $x^2 - 4x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2 + \sqrt{6} \ (\because x > 0)$