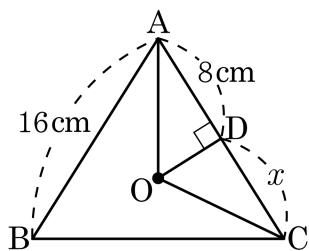


1. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

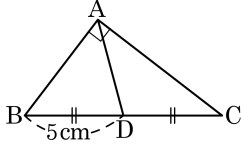
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle ADO \equiv \triangle CDO$ (RHS 합동)

$\therefore x = \overline{AD} = 8 \text{ cm}$

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



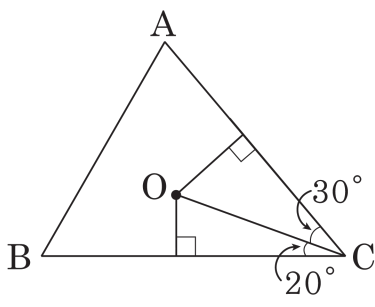
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.
 $\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\text{ cm}$

3. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



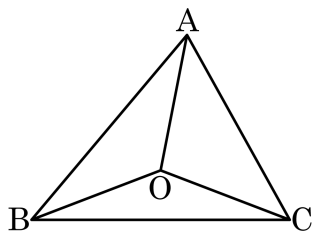
▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 60°

해설

$$\begin{aligned}\overline{OB} &= \overline{OC} \text{ 이므로 } \angle OBC = 20^\circ \\ \angle OAB + \angle OBC + \angle OCA &= 90^\circ \text{ 에서 } \\ \angle OAB &= 90^\circ - (20^\circ + 30^\circ) = 40^\circ \\ \overline{OA} &= \overline{OB} \text{ 이므로 } \angle OBA = 40^\circ \\ \therefore \angle B &= 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

4. 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle BOC = 138^\circ$ 일때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



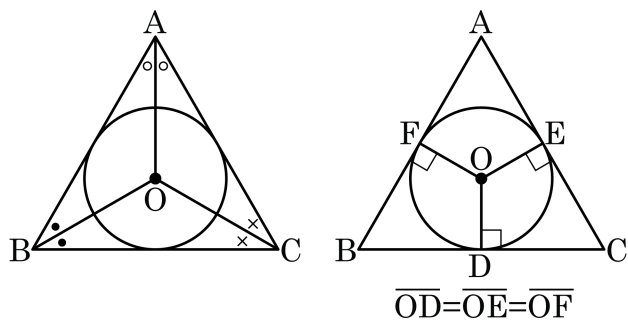
▶ 답: ②

▶ 정답 : 69°

해설

점O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $2\angle A = 138^\circ \therefore \angle A = 69^\circ$

5. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?



- ① 외심 ② 내심 ③ 무게중심
④ 방심 ⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

6. 민수는 삼각형 모양의 색종이를 잘라 최대한 큰 원을 만들려고 한다. 순서대로 기호를 써라.

- ㉠ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.

㉡ 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

㉢ 그린 원을 오린다.

㉣ 세 내각의 이등분선을 긋는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

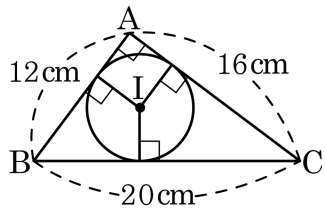
1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.

2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.

3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

4. 그린 원을 오린다.

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 96cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



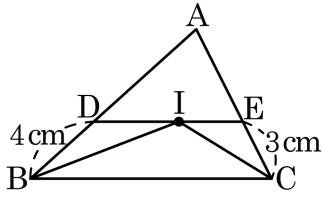
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

내접원의 중심을 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름과 같다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(12 + 16 + 20)x = 96\text{cm}^2$
 $\therefore x = 4\text{cm}$

8. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\overline{DE}$ 는 내심을 지나면서 $\overline{BC}$ 에 평행일 때, $\overline{DI}$ 의 길이는?

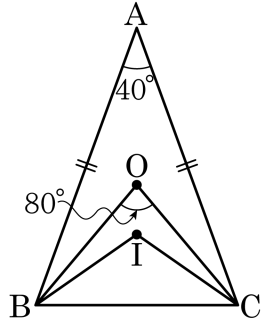


- ① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$, $\angle CBI = \angle DIB$ (엇각)
 즉, $\angle DBI = \angle DIB$
 따라서 $\overline{BD} = \overline{DI} = 4\text{ cm}$

9. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 15 °

해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 110^\circ$$

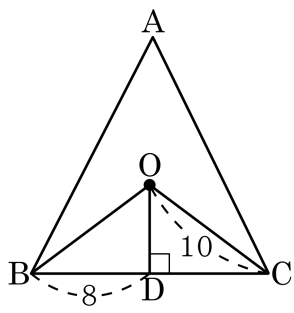
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\angle OBC = 50^\circ$$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

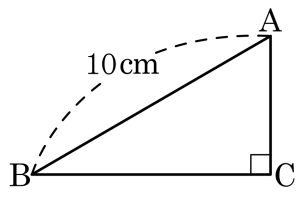


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?

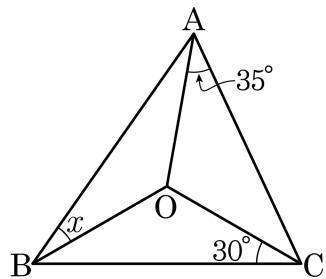


- ① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle OAC = 35^\circ$, $\angle OCB = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



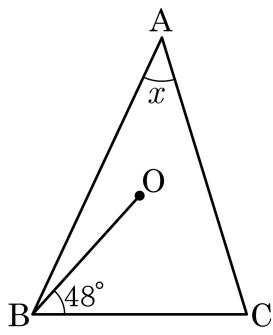
▶ 답 : °

▷ 정답 : 25°

해설

$$\begin{aligned}\angle OAC + \angle OCB + \angle x &= 90^\circ \\ \therefore \angle x &= 90^\circ - 35^\circ - 30^\circ = 25^\circ\end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



- ① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

해설

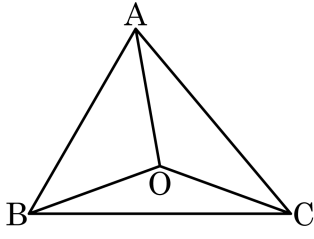
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 48^\circ$$

$$\angle BOC = 84^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 42^\circ$$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?



- ① 40° ② 50° ③ 60° ④ 70° ⑤ 80°

해설

$$\angle ACB = 360^\circ \times \frac{5}{(5+6+7)} \times \frac{1}{2} = 50^\circ$$

15. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?

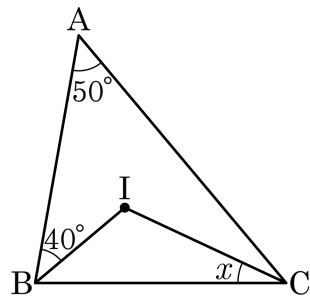
$\triangle IBE$ 와 $\triangle IDB$ 에서
 $\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ$,
 $\overline{IB}$ 는 공통변,
 $\angle IBE = \angle IDB$ 이므로
 $\triangle IBE \cong \triangle IDB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{ID} = \boxed{} \dots \textcircled{1}$
 같은 방법으로 $\triangle ICE \cong \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
 $\therefore \boxed{} = \overline{IF} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서
 $\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서
 $\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
 이므로 $\triangle ADI \cong \triangle AFI$ (RHS 합동)
 대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

- ① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \cong \triangle IDB$ (RHA 합동)이므로
 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고, $\triangle ICE \cong \triangle ICF$ (RHA 합동)
 이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.
 따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$ 가 들어간다.

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle CAB = 50^\circ$, $\angle ABI = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

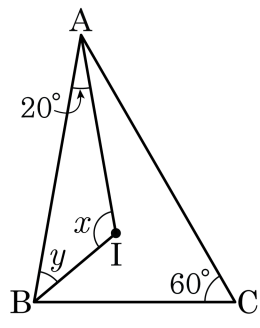


- ① 5° ② 10° ③ 15° ④ 20° ⑤ 25°

해설

삼각형의 세 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle ABI = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$
 $2\angle x = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ)$
 $\therefore \angle x = 25^\circ$

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



- ① $\angle x = 120^\circ$, $\angle y = 40^\circ$ ② $\angle x = 115^\circ$, $\angle y = 45^\circ$
③ $\angle x = 110^\circ$, $\angle y = 50^\circ$ ④ $\angle x = 125^\circ$, $\angle y = 35^\circ$
⑤ $\angle x = 130^\circ$, $\angle y = 30^\circ$

해설

$$\angle A = 2 \times 20 = 40^\circ$$

$$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$$

$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$40^\circ + 2y + 60^\circ = 180^\circ$$

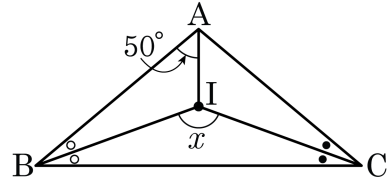
$$\therefore \angle y = 40^\circ$$

$\triangle ABI$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$20^\circ + 40^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 120^\circ$$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 내각의 이등분선의 교점이다.
 $\angle IAB = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

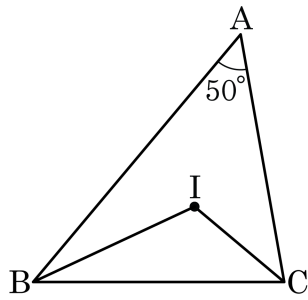


- ① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$ 이므로 $\angle BAC = 100^\circ$ 이다.
 $\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle BAC + 2\bullet + 2x = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \bullet + x = 40^\circ$
 $\triangle IBC$ 의 내각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + \bullet + x = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle x = 140^\circ$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50^\circ$ 이면 $\angle BIC$ 의 크기는?



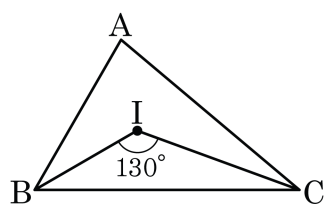
- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 50^\circ = 115^\circ$$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 80° ② 70° ③ 60° ④ 50° ⑤ 75°

해설

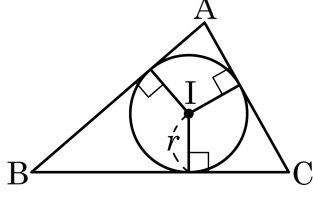
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle BIC = 130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ$$

21. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 40cm이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



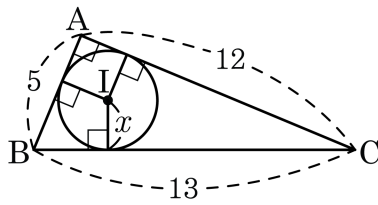
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$$\frac{1}{2} \times r \times 40 = 60$$

따라서 반지름의 길이는 3cm 이다.

22. $\triangle ABC$ 의 넓이가 30 일 때, x 의 길이를 구하여라.(단, 점 I는 내심)



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

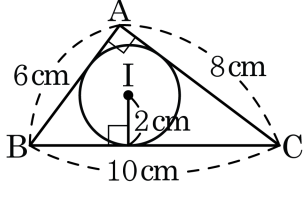
해설

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times x \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 30$$

$$\frac{1}{2} \times x \times 30 = 30$$

따라서 $x = 2$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

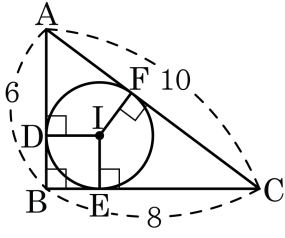


- ① 16cm^2 ② 18cm^2 ③ 20cm^2
④ 22cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8 + 10) = 24\text{cm}^2$ 이다.

24. 다음 그림에서 원 I는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 10$)



- ① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

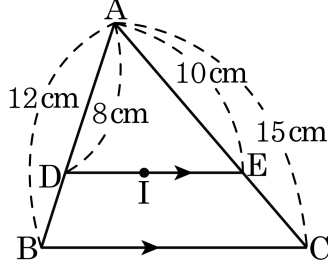
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

$$\frac{1}{2} \times (6 + 8 + 10) \times r = 24 \therefore r = 2$$

25. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I를 지나고 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AB, AC와의 교점을 각각 D, E라 할 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 ()cm이다. 빈 칸에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = (12 - 8) + (15 - 10) = 4 + 5 = 9(\text{cm})$
 이다.
 따라서 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= 8 + 10 + 9 = 27(\text{cm})$ 이다.

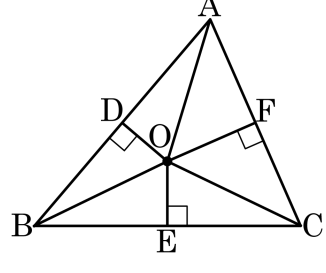
26. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형
④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

27. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle OAD = \angle OBD$

② $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$

③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\triangle OCF \equiv \triangle OCE$

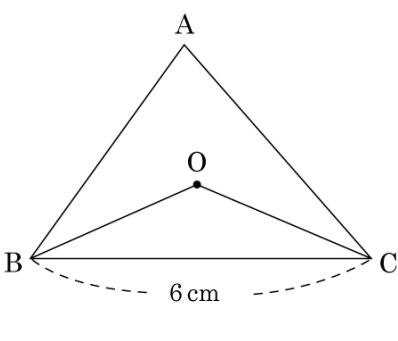
⑤ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

해설

그림에서 보듯이

1. $\triangle ADO \equiv \triangle BDO$
2. $\triangle BOE \equiv \triangle COE$
3. $\triangle AOF \equiv \triangle COF$

28. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이가 14 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



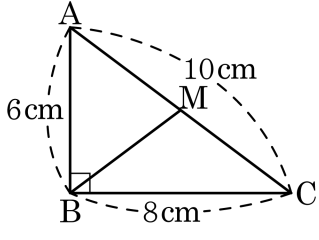
▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$\triangle OBC$ 의 둘레의 길이가 14 cm 이고
 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\overline{OB} = \overline{OC} = 4\text{ cm}$
따라서 외접원의 반지름의 길이는 4 cm 이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

29. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



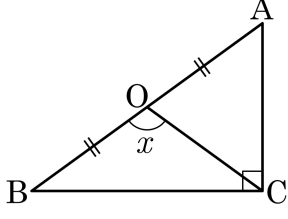
- ① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2
 ④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{MB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.

$$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

30. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

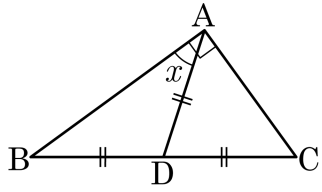
$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

31. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

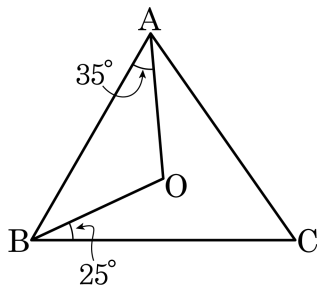


- ① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
 $\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)
 $\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$
 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)
 $\angle DAC = \angle DCA = \angle C$
 $\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$
 $\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$

32. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35^\circ$, $\angle OBC = 25^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



- ① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle C = \angle x$ 라 할 때, $\triangle OBC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

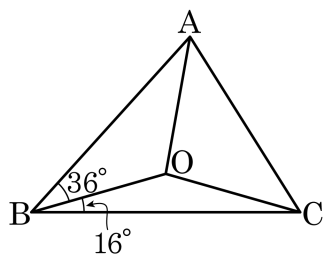
따라서 $\angle x = 25^\circ + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

$\angle OAC = \angle OCA = 30^\circ$

$\therefore \angle x = 55^\circ$

33. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

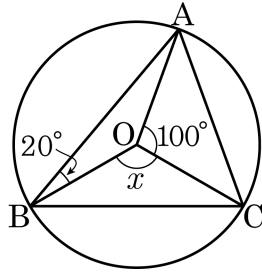
▷ 정답 : 38°

해설

$$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\angle OAC = 90^\circ - (36^\circ + 16^\circ) = 38^\circ$$

34. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$ 는 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$$

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

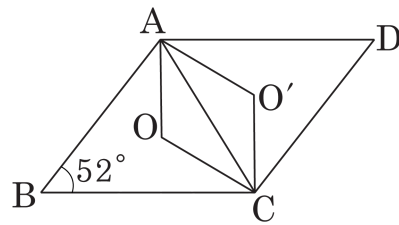
$$\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60^\circ$$

점 O가 삼각형의 외심이므로

$$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

35. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52^\circ$ 이고 점 O, O' 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

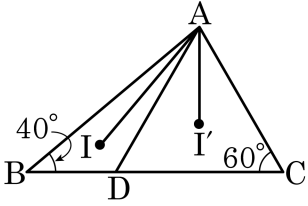


- ① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$
 이때, $\square OAO'C$ 는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180^\circ$
 따라서 $\angle OAO' = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$

36. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

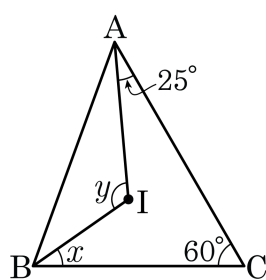


- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

37. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 120° ② 125° ③ 145° ④ 155° ⑤ 165°

해설

i) $\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ$
ii) $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ \therefore \angle x = 35^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 155^\circ$

38. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm² 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 rcm 이다. r의 값 을 구하여라.

▶ 답 :

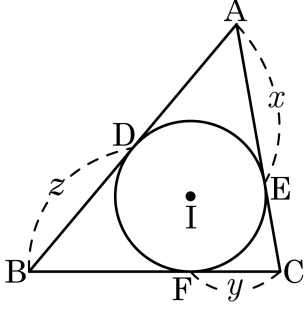
▷ 정답 : 3

해설

삼각형 ABC , 내심을 I 라 하자.

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI \\ &= \frac{1}{2}r \times \overline{AB} + \frac{1}{2}r \times \overline{BC} + \frac{1}{2}r \times \overline{AC} \\ &= \frac{1}{2}r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) \\ &= \frac{1}{2}r \times 18 = 27 \\ \therefore r &= 3(\text{cm})\end{aligned}$$

39. 다음 그림에서 점 I가 삼각형 ABC의 내심이고, 점 D, E, F는 내접원의 접점일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레가 24cm이다. $x+y+z$ 의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

- ㉠ 11cm ㉡ 12cm ㉢ 13cm
 ㉣ 14cm ㉤ 15cm

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

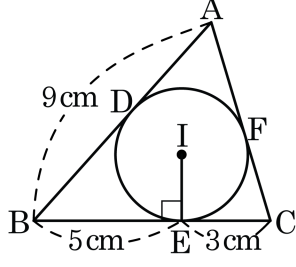
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} = x$, $\overline{BD} = \overline{BF} = z$, $\overline{CE} = \overline{CF} = y$ 이므로 $2x + 2y + 2z = 24$ 이다.

$\therefore x + y + z = 12(\text{cm})$ 이다.

40. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F는 접점이다. 내접원의 반지름의 길이가 2cm일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



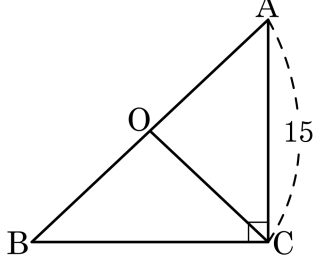
- ① 22cm^2 ② 23cm^2 ③ 24cm^2
 ④ 25cm^2 ⑤ 26cm^2

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{BE} = 9 - 5 = 4(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (9 + 8 + 7) = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

41. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$ 의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

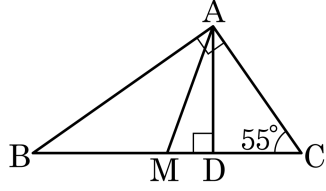
해설

변 $\overline{OC}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $60 \times 2 = 120$ 이다.
 높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$

$$\therefore x = 16$$

42. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, BC의 중점을 M이라 하자. $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

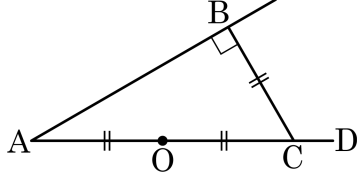


- ① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
 $\angle ABM = 35^\circ$, $\angle DAC = 35^\circ$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
 $\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35^\circ$
 $\angle AMB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$
 $\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$

43. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\frac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



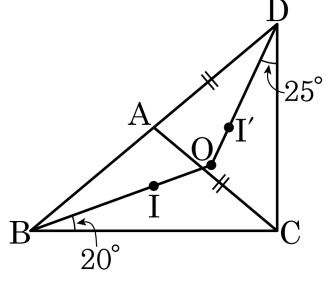
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$ 의 중점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60^\circ$
 $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \cdots \text{㉠}$
 $\angle AOB = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BAO$ 는 이등변삼각형
 $\angle BAO = \angle ABO = 30^\circ \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡에 의해 $\frac{\angle BCD}{\angle BAO} = \frac{120^\circ}{30^\circ} = 4$

44. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20^\circ$, $\angle I'DC = 25^\circ$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ **답:**

▶ 정답 : 40°

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20^\circ$

 $\therefore \angle ABC = 40^\circ$

점 I' 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25^\circ$

즉, $\angle CDA = 50^\circ$

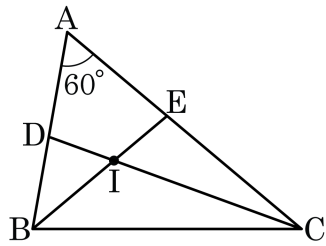
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \angle CDA = 50^\circ$$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$$\angle CAB = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$$
$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle CAB)$$
$$= 180^\circ$$

45. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 180°

해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ, \angle DIE = 120^\circ.$$

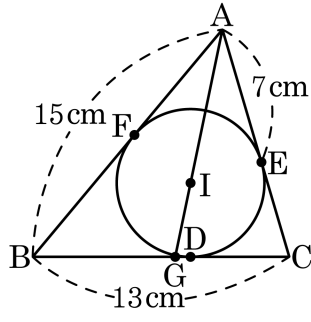
$$\square ADIE \text{ 에서 } \angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ$$

$$\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ.$$

$$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ, \angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$$

46. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$

$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$

$\therefore \overline{AC} = 12\text{cm}$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로

$\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

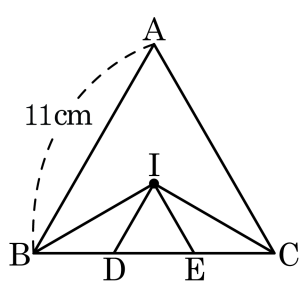
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore x = \frac{7}{9}$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

47. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이다. $\overline{AB} // \overline{ID}$, $\overline{AC} // \overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?



- ① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
 ④ 12cm ⑤ 13cm

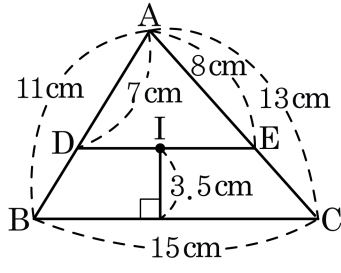
해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다. $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

48. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\square DBCE$ 의 넓이는 얼마인가?

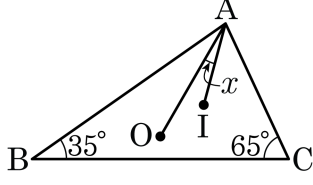


- ① 38cm^2 ② 40cm^2 ③ 42cm^2
 ④ 44cm^2 ⑤ 46cm^2

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)= $\overline{AB} + \overline{AC}$
 따라서 ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)= $\overline{AB} + \overline{AC} = 11 + 13 = 24(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(\text{cm})$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(\text{cm})$ 이다.
 따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
 $(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

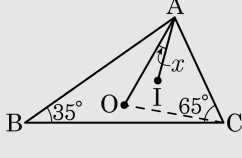
49. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,



i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$
 $\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

50. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.