1. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

$A = 8 \times 9 + 3 = 75$

2. $2^a = 8,\ 6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 36$

해설

$2^1 = 2,\ 2^2 = 2 \times 2 = 4,\ 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.
$6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

3. 다음 수를 소인수분해한 것 중에 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $36 = 2^2 \times 3^2$

② $60 = 3 \times 4 \times 5$

③ $98 = 2 \times 7^2$

④ $105 = 3 \times 5 \times 7$

⑤ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

4. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a+b+c) \times (x+y+z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2,\ b = 3,\ c = 5,\ x = 3,\ y = 1,\ z = 2$

$\therefore\ (a+b+c)\times(x+y+z) = (2+3+5)\times(3+1+2) = 10\times6 = 60$

5. x는 468의 소인수일 때, x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$ 이므로 소인수는 2, 3, 13
따라서, x의 개수는 3(개)이다.

6. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

7. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$(2+1)(n+1) = 24$

$n+1 = 8$

$\therefore\ n = 7$

8. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면
$7^2 = 49 < 50$ 이고 $11^2 = 121 > 50$ 이므로
50 이하인 소수의 완전제곱수는
$2^2,\ 3^2,\ 5^2,\ 7^2$ 이다.

9. 다음 중 12 의 배수는?

① 90 ② 126 ③ 288 ④ 352 ⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

10. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{9})^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{7})^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

11. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은?

① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

12. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.
⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

13. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]
2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$ ② $14 = 3 + 11$ ③ $16 = 5 + 11$
④ $18 = 7 + 11$ ⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, $\cdots$ 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

14. $2 \times 3^2 \times 5$ 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 곱할 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

어떤 자연수의 제곱이 되는 수는 소인수분해를 했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 $2 \times 3^2 \times 5$ 에서 2 와 5 의 지수가 홀수이므로 $2 \times 5 \times x^2$ 을 곱해주어야 하고 그 중 가장 작은 수는 2×5 이므로 10 이다.

15. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600　　② 4900　　③ 6400
④ 8100　　⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.
따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.
$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$

16. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1　② 5　③ 10　④ 15　⑤ 20

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

17. 24 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 2　② 6　③ 9　④ 12　⑤ 18

해설

$24 \times a = b^2$

$2^3 \times 3 \times a = b^2$

$a = 2 \times 3 = 6$

$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$

$b = 2^2 \times 3 = 12$

$\therefore a + b = 18$

18. 어떤 자연수 n 에 대하여 $\frac{110}{2\times n+1}$ 이 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

110 의 약수를 구해보면 $1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110$ 이다.
그 중 홀수는 1, 5, 11, 55 이다.
$2\times n+1=1$ 에서 $\therefore\ n=0$
$2\times n+1=5$ 에서 $\therefore\ n=2$
$2\times n+1=11$ 에서 $\therefore\ n=5$
$2\times n+1=55$ 에서 $\therefore\ n=27$
따라서 자연수 n 의 합을 구하면 $2+5+27=34$

19. 옛날부터 우리나라에는 십간(☒☒)과 십이지(☒☒☒)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010 년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 <u>아닌</u> 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003

갑	을	병	정	무	기	경
신	유	술	해	자	축	인
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

① 1830 년 ② 1890 년 ③ 1950 년
④ 2070 년 ⑤ 2110 년

해설

십간(☒☒)의 10 가지와 십이지(☒☒☒)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60 년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010 년이 경인년이면 1830 년, 1890 년, 1950 년, 2070 년도 경인년이다.

20. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 섭니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

21. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x+y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70　　② 80　　③ 90　　④ 100　　⑤ 110

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.
$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2$, $x = 10$, $y = 60$
따라서 $x + y = 70$ 이다.

22. 1881 는 a, b, c 의 곱으로 표현된다. $a+b+c$ 의 최솟값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$1881 = 3 \times 3 \times 11 \times 19$

따라서, 순서에서 상관없이 a, b, c 가 될 수 있는 수를 살펴보면,

$(9, 11, 19)$, $(3, 19, 33)$, $(3, 11, 57)$, $(3, 3, 209)$ 이다.

$\therefore a+b+c$ 의 최솟값$= 9+11+19 = 39$

23. 자연수 160 에 n 을 곱하면 자연수의 제곱이 된다고 한다. 이 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 50 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$160 \times n = 2^5 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2 \times 5$
따라서 n 이 될 수 있는 50 미만의 수는
$2 \times 5 = 10$
$2 \times 5 \times 2^2 = 40$
$\therefore 10,\ 40$
$\therefore 10 + 40 = 50$

24. 약수의 개수가 24 개이고 두 개의 소인수로 이루어진 가장 작은 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 864

해설

$n = a^x \times b^y \rightarrow (x+1) \times (y+1) = 24$
$\rightarrow (x, y) = (1, 11), (2, 7), (3, 5), (5, 3), (7, 2), (11, 1)$
따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는
2×3^{11}, $2^2 \times 3^7$, $2^3 \times 3^5$, $2^5 \times 3^3$, $2^7 \times 3^2$, $2^{11} \times 3$ 중 하나이다.
$\therefore n = 864$

25. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,

$2^3 \times A = 2^{11}$　$\therefore\ A = 2^8 = 256$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$2^3 \times A = 2^5 \times (2$가 아닌 소수$) = 2^3 \times (2^2 \times (2$가 아닌 소수$))$

$\therefore\ A = 12,\ 20,\ 28,\ 44,\ 52,\ \cdots$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,

$2^3 \times A = 2^3 \times (2$가 아닌 소수$)^2$

$\therefore\ A = 9,\ 25,\ 49,\ 121, \cdots$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.