

1. 다음의 수 중에서 수직선에 나타냈을 때 왼쪽에서 2 번째 수를 a , 가장 큰 수를 b , 절댓값이 가장 작은 수를 c 라 할 때, $a \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

$$+5, -3, \frac{7}{2}, -2.4, -\frac{21}{5}, \frac{100}{1}, 0.1$$

▶ 답 :

▶ 정답 : -30

해설

수의 대소를 비교해 보면

$$-\frac{21}{5} < -3 < -2.4 < 0.1 < \frac{7}{2} < +5 < \frac{100}{1}$$

$$a = -3, b = \frac{100}{1}, c = 0.1$$

$$\therefore a \times b \times c = (-3) \times \frac{100}{1} \times 0.1 = -30$$

2. 다음 조건을 모두 만족하는 서로 다른 두 유리수 a, b 에 대하여 옳지 않은 것을 고르면?(정답 3개)

㉠ $a > 3, b < 3$

㉡ $|a| > |b|$

㉢ $a > -b$

㉣ $-a > b$

㉤ $-a - b < 0$

㉥ $a - b > 6$

㉦ $\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$

해설

$a > 3, b < 3, |a| > |b|$ 이므로, $b < 3 < a$ 이고 $|b| < 3$ 이다.

㉠ $a > -b$ b 의 절댓값이 3보다 작으므로 옳다.

㉡ $-a > b$ a 의 절댓값이 b 보다 크므로 옳지 않다.

㉢ $-a - b < 0$ a 의 절댓값이 b 보다 크므로 옳다.

㉣ $a - b > 6$ a 는 3보다 크고 b 는 3보다 작으므로 옳지 않다.

㉤ $\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$ b 의 절댓값이 더 작으므로 옳지 않다.

3. 상수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기에서 $a + b - 3c + 3d$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\textcircled{㉠} \quad x - [2x - (y - 3x) - \{x - (3x - y)\}] = ax + by$$

$$\textcircled{㉡} \quad 5y - \left[2y - \frac{2}{3}(x - y) - \left\{ \frac{5}{3}x - (x - 4y) \right\} \right] = cx + dy$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} \quad & x - [2x - (y - 3x) - \{x - (3x - y)\}] \\ &= x - \{2x - y + 3x - (x - 3x + y)\} \\ &= x - \{2x + 3x - y - (-2x + y)\} \\ &= x - (5x - y + 2x - y) \\ &= x - (5x + 2x - y - y) \\ &= x - (7x - 2y) \\ &= x - 7x + 2y \\ &= -6x + 2y \end{aligned}$$

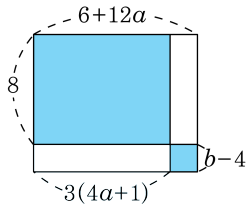
이므로 $a = -6, b = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡} \quad & 5y - \left[2y - \frac{2}{3}(x - y) - \left\{ \frac{5}{3}x - (x - 4y) \right\} \right] \\ &= 5y - \left\{ 2y - \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \left(\frac{5}{3}x - x + 4y \right) \right\} \\ &= 5y - \left\{ -\frac{2}{3}x + 2y + \frac{2}{3}y - \left(\frac{2}{3}x + 4y \right) \right\} \\ &= 5y - \left(-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}y - \frac{2}{3}x - 4y \right) \\ &= 5y - \left(-\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}y \right) \\ &= 5y + \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}y \\ &= \frac{4}{3}x + \frac{19}{3}y \end{aligned}$$

이므로 $c = \frac{4}{3}, d = \frac{19}{3}$ 이다.

$$\therefore a + b - 3c + 3d = -6 + 2 - 3 \times \frac{4}{3} + 3 \times \frac{19}{3} = 11$$

4. 다음 그림의 사각형이 모두 직사각형일 때, 색칠된 부분의 넓이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답:

▷ 정답: $96a + 3b + 12$

해설

$$\begin{aligned}
 & 8 \times 3(4a + 1) + \{6 + 12a - 3(4a + 1)\} \times (b - 4) \\
 &= 24(4a + 1) + (6 + 12a - 12a - 3)(b - 4) \\
 &= 96a + 24 + 3(b - 4) \\
 &= 96a + 3b + 12
 \end{aligned}$$

5. 두 정수 a, b 에 대하여 $a * b$ 를 다음과 같이 정의할 때, $a(a * b) = 4$ 이다. 이를 만족하는 ab 의 최댓값을 구하여라.

$$a * b = a - b(a > b)$$

$$b(a = b)$$

$$-a + b(a < b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a > b$ 일 때, $a = b$ 일 때, $a < b$ 일 때로 나누어 $a(a * b)$ 를 구해보면,

(1) $a > b$ 이면, $a(a * b) = a(a - b) = 4$, $(a, b) = (4, 3), (1, -3)$

(2) $a = b$ 이면, $a(a * b) = b = 4$, $(a, b) = (4, 4)$

(3) $a < b$ 이면, $a(a * b) = a(-a + b) = 4$, $(a, b) = (4, 5), (1, 5)$

$\therefore (ab \text{의 최댓값}) = 20$

6. 두 정수 p, q 가 $p|p-q| = 5$ 를 만족할 때, $p+q$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$p|p-q| = 5$ 이므로, p 는 $-5, -1, 1, 5$ 중 하나의 값이다.

1) $p = -5$ 이면,

$p|p-q| = 5$, $|-5-q| = -1$ 절댓값은 항상 0 보다 크므로 성립할 수 없다.

2) $p = -1$ 이면,

$p|p-q| = 5$, $|-1-q| = -5$ 절댓값은 항상 0 보다 크므로 성립할 수 없다.

3) $p = 1$ 이면,

$p|p-q| = 5$, $|1-q| = 5$, $q = -4, 6$

4) $p = 5$ 이면,

$p|p-q| = 5$, $|5-q| = 1$, $q = -6, 4$

$\therefore (p+q \text{의 최댓값}) = 9$

7. a 가 양의 정수, b 가 음의 정수일 때 다음 다섯 개의 수 $a, b, a-b, a+b, b-a$ 를 큰 순서부터 나열할 때, 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a-b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로 $-a < 0, -b > 0$

$a+b < a < -b, b-a < b < a+b$

$\therefore b-a < b < a+b < a < a-b$

따라서 가장 큰 수는 $a-b$ 이다.

8. 두 정수 a, b 에 대하여 b 의 절댓값이 a 의 절댓값보다 6 배 크고, $a < b$, $a \times b < 0$, $b - a = 14$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$ab < 0, a < b \text{에서 } a < 0, b > 0$$

$$|b| = 6 \times |a| \text{에서 } b = -6a \quad -6a - a = -7a = 14, \therefore a = -2$$

$$\therefore b = -6a = (-6) \times (-2) = 12$$

$$\therefore a + b = -2 + 12 = 10$$

9. 유리수 a, b 에 대하여 연산 $\diamond$ 을 $a \diamond b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{ab}$ 로 정의 할 때,

$\frac{1.4 \diamond 0.8}{(0.25 \diamond 0.6) \diamond 0.25}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{98}$

해설

$$a \diamond b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{ab} = \frac{a + b - 1}{ab}$$

$$1.4 \diamond 0.8 = \frac{1.4 + 0.8 - 1}{1.4 \times 0.8} = \frac{15}{14}$$

$$0.25 \diamond 0.6 = \frac{0.25 + 0.6 - 1}{0.25 \times 0.6} = -1$$

$$\begin{aligned}(0.25 \diamond 0.6) \diamond 0.25 &= (-1) \diamond 0.25 \\ &= \frac{-1 + 0.25 - 1}{-0.25} \\ &= 7\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1.4 \diamond 0.8}{(0.25 \diamond 0.6) \diamond 0.25} = \frac{\frac{15}{14}}{7} = \frac{15}{98}$$

10. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수일 때,

$$\left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right]$$
 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5096

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095 \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times (5096 + 1) \\ &= (1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \\ &= \frac{\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097} + \frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097}}{\frac{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094} + \frac{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097}} \end{aligned}$$

이므로

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 5096 ,$$

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{(1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095) \times 5097} = 0. \times \times \times \times \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5097 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5094}{1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5096 + 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 5095} \right] \\ &= [5096. \times \times \times \times] = 5096 \end{aligned}$$