

1. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3+11i}{8}$

② $\frac{9+11i}{8}$

③ $\frac{3+9i}{10}$

④ $\frac{3+11i}{10}$

⑤ $\frac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{3+11i} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

3. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

4. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

5. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

6. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)x(x + 2)$

③ $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④ $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤ $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2 \\ \therefore f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

7. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

8. a, b 가 실수일 때, $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는 a, b 의 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0 \text{에서}$$

$$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$$

a, b 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a - 3 = 0$, $4a - 5b + 6 = 0$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

따라서 $a + b = 3$ 이다.

9. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

10. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?
- ① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
 $(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
 $\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

11. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -4 를 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고 $a < 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = ax^2 - 2ax + b$
 $= a(x-1)^2 - a + b$ 에서 $a < 0$ 이고
꼭짓점의 x 좌표 1이 $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로
 $x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,
 $x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.
즉, $f(1) = -a + b = 5$, $f(-2) = 8a + b = -4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$
 $\therefore a + b = 3$

12. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

- ① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$
④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 $\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

13. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

14. $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{100} = (a+bi)z$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 1

해설

$$z^2 = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 = i \text{ 이므로}$$

$$z^{100} = (z^2)^{50} = i^{50} = (i^4)^{12} \cdot i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore -1 &= (a+bi) \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a-b) + \frac{1}{\sqrt{2}}(a+b)i \end{aligned}$$

따라서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(a-b) = -1, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(a+b) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad b = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{2}$$

15. $\alpha = 1+i$ 일 때, $\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)}$ 의 값은? (단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켤레복소수이다.)

① $\frac{i}{3}$

② i

③ $-i$

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$\alpha = 1+i$, $\bar{\alpha} = 1-i$ 를 대입하면

$$\overline{\left(\frac{1-\alpha}{a\bar{a}+1}\right)} = \overline{\left\{\frac{1-(1+i)}{(1+i)(1-i)+1}\right\}} = \overline{\left(\frac{-i}{3}\right)} = \frac{i}{3}$$

16. $x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-i$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ i

해설

$x = \frac{1 - \sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$, $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3으로 나누면

$\therefore 3x^2 - 2x = -1$

17. $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x - 1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 3$
 $\therefore x = -1$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 3$
 $0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $x + (x - 1) = 3$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$
ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -5$
i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - px + q$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 단 한 점에서 만나도록 p, q 의 값을 정할 때, $p + q$ 의 값으로 가능한 수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - px + q \cdots \textcircled{1}$ 의 그래프는
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 1 - p + q$
 $\therefore p = q \cdots \textcircled{2}$
또, $\textcircled{1}$ 의 그래프가 x 축과 단 한 점에서 만나므로,
 $\textcircled{1}$ 에서 $y = 0$ 으로 한 이차방정식
 $x^2 - px + q = 0$ 은 중근을 갖는다.
따라서 판별식을 D 라 하면
 $D = p^2 - 4q = 0 \cdots \textcircled{3}$
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $p^2 - 4p = 0$
 $\therefore p(p - 4) = 0 \quad \therefore p = 0, 4$
 $\therefore p = 0, q = 0$ 또는 $p = 4, q = 4$

20. x, y 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} &2x - x^2 + 4y - y^2 + 3 \\ &= -(x^2 - 2x) - (y^2 - 4y) + 3 \\ &= -(x - 1)^2 - (y - 2)^2 + 8 \end{aligned}$$

x, y 는 실수이므로 $(x - 1)^2 \geq 0, (y - 2)^2 \geq 0$
따라서 $2x - x^2 + 4y - y^2 + 3$ 은
 $x - 1 = 0, y - 2 = 0$ 일 때 최댓값 8을 갖는다.

21. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$2x - 2y + z = 3x - y + z = x + 2y - 4z + 10 = 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $y = 0$

▷ 정답 : $z = 2$

해설

주어진 방정식을 변형하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} 2x - 2y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - y + z = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x + 2y - 4z = -8 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

따라서 $\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$x + y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉠} \times 4 + \textcircled{㉢}$ 에서

$$3x - 2y = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

$\textcircled{㉣} \times 2 + \textcircled{㉤}$ 에서 $5x = 0$

$$\therefore x = 0, y = 0$$

$x = 0, y = 0$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $z = 2$

22. 200m운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?
- ① 8 km/h ② 9 km/h ③ 10 km/h
- ④ 11 km/h ⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x
3분간 간 거리 : $3x$
느린 학생의 분속 : y
3분간 간 거리 : $3y$
같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200
 $3x - 3y = 200$
반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200
 $x + y = 200$
$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3}$ m/분
 $\Rightarrow \frac{400\text{m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4\text{km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 \\ (x - 1)^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ 를 만족하는 실수 해의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 1개

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 6y - 9 = 0 & \cdots \textcircled{A} \\ (x - 1)^2 + y^2 = 2 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 에서 $x^2 - (y - 3)^2 = 0$
 $(x + y - 3)(x - y + 3) = 0$
 $y = x + 3$ 또는 $y = -x + 3$
i) $y = -x + 3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $\therefore x = 2$ 이 때, $y = 1$
ii) $y = x + 3$ 을 $\textcircled{B}$ 에 대입하면,
 $x^2 + 2x + 4 = 0$
 $\therefore x = -1 \pm \sqrt{3}i$
이 때, $y = 2 \pm \sqrt{3}i$
i), ii)에서 실수해의 순서쌍은 (2, 1)이다.
따라서 실수해의 순서쌍의 개수는 1개이다.

24. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

25. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$
 x, y 는 실수이므로 $x = -1, y = 2$
 $\therefore x + y = -1 + 2 = 1$