

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

2. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

3. 다음 수 중 가장 작은 수를 x , 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$$

4. 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\sqrt{13} > \sqrt{7}$, $\sqrt{11} < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2} + \sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

$$= (\sqrt{13}-\sqrt{7}) - (\sqrt{11}-2\sqrt{3}) - (2\sqrt{3}-\sqrt{11}) + (\sqrt{7}-\sqrt{13})$$

$$= 0$$

5. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

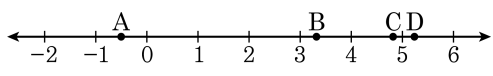
6. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ㉡ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ㉢ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ㉣ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ㉤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ㉡ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ㉢ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ㉣ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ㉤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

7. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2$, $2\sqrt{5}-5$, $10-3\sqrt{5}$, $\sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$

② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
- ③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$

④ $5-\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$$\begin{aligned}
 4\sqrt{3}-2 &= \sqrt{48}-2 \approx 4. \times \times \times : C \\
 2\sqrt{5}-5 &= \sqrt{20}-5 \approx -0. \times \times \times : A \\
 10-3\sqrt{5} &= 10-\sqrt{45} \approx 3. \times \times \times : B \\
 \sqrt{27} &\approx 5. \times \times \times : D \\
 a &= 2\sqrt{5}-5, b = 10-3\sqrt{5} \\
 \therefore a+b &= (2\sqrt{5}-5) + (10-3\sqrt{5}) = 5-\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

8. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면?

- ① -1
- ② $\sqrt{101} - 1$
- ③ $\sqrt{102} - 1$
- ④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$
- ⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$\begin{aligned} f(0) &= \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2} \\ f(1) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(2) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(99) &= \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101} \\ f(100) &= \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102} \\ \therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102} \\ &= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102} \\ &= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102} \\ &= -1 + \sqrt{102} \end{aligned}$$

9. 수직선 위의 두 점 A($\sqrt{48}$), B($\sqrt{192}$) 사이의 점 M ($\sqrt{x}$)에 대하여 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3$ 이라 할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 75$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AM} &= \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3} \\ \overline{MB} &= \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x} \\ \overline{AM} : \overline{MB} &= 1 : 3 \text{ 이므로} \\ (\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) &= 1 : 3 \\ 8\sqrt{3} - \sqrt{x} &= 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3} \\ 20\sqrt{3} &= 4\sqrt{x} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ 1200 &= 16x \\ \therefore x &= 75\end{aligned}$$

10. 두 수 a, b 에 대하여 기호 $*$ 를 $a * b = \frac{1}{a - b\sqrt{3}}$ (단, a, b 는 $a \neq 0, b \neq 0$ 인 유리수)라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 * 1 = -\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$
- ② $2 * 1 = 2 + \sqrt{3}$
- ③ $3 * 2 = -\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}$
- ④ $5 * 3 = -\frac{5 + 3\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $7 * 4 = -\frac{7 + 4\sqrt{3}}{2}$

해설

$$7 * 4 = \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} = 7 + 4\sqrt{3}$$

11. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \quad \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \quad \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\therefore f(80) + f(45) = 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6$$

$$= 7\sqrt{5} - 14$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

12. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + \cdots + f(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$f(1), f(2), f(3) = 1$$

$$f(4), f(5), f(6), f(7), f(8) = 2$$

$$f(9), f(10) = 3$$

$$\therefore 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 19$$

13. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서

$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로

$3 - x = x^2, x^2 + x = 3$

$\therefore x^2 + x + 1 = 4$

14. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{-a^2+3b^2}-\sqrt{(a^2\times b^2)^2}$$

$$= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2+3(\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{-\left\{(-\sqrt{5})^2\times(\sqrt{2})^2\right\}^2}$$

$$= \sqrt{-5+6}-\sqrt{(5\times 2)^2}$$

$$= 1-10=-9$$

15. 실수 x, k 에 대하여 $\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 가 k 의 값에 관계없이 항상 성립하기 위한 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-k < x < k$

해설

$\sqrt{(x+k)^2} + \sqrt{(x-k)^2} = 2k$ 에서
 $|x+k| + |x-k| = 2k$ 가 되려면
 $x+k > 0, x-k < 0$ 이다.
 $\therefore -k < x < k$

16. $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $n= 11$
- ▷ 정답 : $n= 41$
- ▷ 정답 : $n= 91$

해설

n 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \leq n \leq 99$
 $\therefore 9 \leq n-1 \leq 98$
 $\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는
 $n-1 = 10 \times 1^2, 10 \times 2^2, 10 \times 3^2, \dots$
이때, $9 \leq n-1 \leq 98$ 을 만족해야 하므로
 $n-1 = 10 \times 1^2$ 에서 $n = 11$
 $n-1 = 10 \times 2^2$ 에서 $n = 41$
 $n-1 = 10 \times 3^2$ 에서 $n = 91$
 $\therefore n = 11, 41, 91$

17. $\sqrt{\frac{14x}{0.63}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

해설

$$\sqrt{\frac{14x}{0.63}} = \sqrt{14x \times \frac{99}{63}} = \sqrt{22x}$$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

18. $\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 253

해설

$\sqrt{144-x} - \sqrt{25+y}$ 가 가장 큰 자연수가 되려면
 $\sqrt{144-x}$ 는 최댓값, $\sqrt{25+y}$ 는 최솟값을 가져야 한다.
 $\sqrt{144}(=12) > \sqrt{144-x}$ 이므로
 $\sqrt{144-x}=11$ 일 때, 최댓값을 갖는다.
 $144-x=11^2$ 에서 $x=23$
또, $\sqrt{25}(=5) < \sqrt{25+y}$ 이므로
 $\sqrt{25+y}=6$ 일 때, 최솟값을 갖는다.
 $25+y=6^2$ 에서 $y=11$
 $\therefore xy = 23 \times 11 = 253$

19. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a + b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a + b + \sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

20. 넓이가 7π 인 원을 지면에 수직으로 세워서 네 바퀴 돌렸을 때, 지면과 접하고 있던 원 위의 한 점 A가 다시 지면과 접하고 있었다. 이때 점 A는 원래의 위치에서 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{7}\pi$

해설

넓이가 7π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\pi r^2 = 7\pi \therefore r = \sqrt{7}$
이때, 원을 네 바퀴 굴렀으므로
(원 위의 한 점 A가 원래의 위치로부터 떨어진 거리)
 $= (\text{원의 둘레의 길이}) \times 4$
 $= 2\pi \times \sqrt{7} \times 4$
 $= 8\sqrt{7}\pi$

21. 유리수 a, b, c 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(0) = 3$, $f(\sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설

$$f(0) = 3 \text{ 이므로 } c = 3$$

$$f(\sqrt{3}) = (3a + c) + b\sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$$

$$3a + c = 4 \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore b = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x + 3 \text{ 이므로 } f(1) = \frac{1}{3} - 1 + 3 = \frac{7}{3} \text{ 이다.}$$

22. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\ &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\ &= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\ &= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\ &= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8 \end{aligned}$$

23. 다음 제곱근표에서 $\sqrt{32.2}$ 의 값을 a , $\sqrt{34.5}$ 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 0.199$

해설

$a = 5.675$, $b = 5.874$
 $\therefore b - a = 5.874 - 5.675 = 0.199$

24. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

- (1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는

3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.

25. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 넘지 않는 최대 정수 부분을 $f(n)$ 으로 나타내고, $f(n) = 11$ 인 자연수 n 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $f\left(\frac{a-b}{3}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(n) = 11$ 이므로

$11 \leq \sqrt{n} < 12$

$121 \leq n < 144$

따라서 최댓값 $a = 143$, 최솟값 $b = 121$ 이다.

즉, $f\left(\frac{a-b}{3}\right) = f\left(\frac{22}{3}\right)$ 에서 $\sqrt{\frac{22}{3}}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 2 이다.