

1. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉣

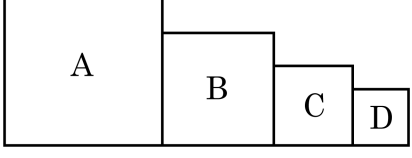
④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

2. 다음 그림에서 사각형 A,B,C,D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm² 일 때, D 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}$ cm ② $\frac{1}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

(B의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$ (A의 넓이)
(C의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$ (B의 넓이) = $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times$ (A의 넓이)
(D의 넓이) = $\frac{1}{2} \times$ (C의 넓이)
 = $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times$ (A의 넓이)
A 의 넓이가 4 cm²이므로
(D의 넓이) = $\frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$
따라서 (D의 넓이) = (한 변의 길이)² = $\frac{1}{2}$ (cm²) 이므로
(한 변의 길이) = $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (cm) 이다.

3. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

4. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

5. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 무리수이다.
- ㉡ 2의 양의 제곱근이다.
- ㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.
- ㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

6. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a - b > 0$ ② $b - a < 0$ ③ $b + \sqrt{7} > 3$
④ $ab > 0$ ⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

7. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

8. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

9. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

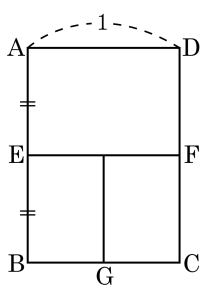
⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2} \\ &= |3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3| \\ &= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 \\ &= 0 \end{aligned}$$

10. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

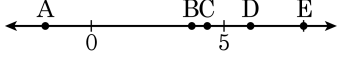
$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

11. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

- ① $A = p, B = q, C = r$ ② $A = q, B = p, C = r$
 ③ $A = q, B = p, D = r$ ④ $B = p, C = q, D = r$
 ⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
 (1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
 (2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
 (3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
 $\therefore r > p > q$
 ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
 $r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
 따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

12. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

- ① 5.93
- ② 7.56
- ③ 7.50
- ④ 7.40
- ⑤ 6.19

해설

$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$

13. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\&= 2\sqrt{4\sqrt{8\times 2^5}} \\&= 2\sqrt{4\times 2^4} \\&= 2\times 2^3 \\&= 2^4\end{aligned}$$

14. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a + b + c$

② $a - b - c$

③ $2b - 2c$

④ 0

⑤ $2a - 2b$

해설

$$\begin{aligned} & a - b < 0, b - c < 0, c - a > 0 \text{ 이므로} \\ & \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ & = -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a) \\ & = -a + b + b - c - c + a \\ & = 2b - 2c \end{aligned}$$

15. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉢ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

16. $3x+3 < 2(x+1)$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2x$

해설

$$3x+3 < 2(x+1) \text{ , } x < -1$$

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1)^2} + (-\sqrt{1-x})^2 &= -(x+1) + 1 - x \\ &= -x - 1 + 1 - x \\ &= -2x\end{aligned}$$

17. $\sqrt{24a}$ 의 값이 자연수가 되는 두 자리 자연수 a 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3개

해설

$\sqrt{24a}$ 가 자연수가 되기 위해서 $24a$ 는 완전제곱수가 되어야 한다.

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 가장 작은 자연수 a 의 값은 6이다.

따라서 두자리 수는 $6 \times 2^2, 6 \times 3^2, 6 \times 4^2$ 뿐이다.

$\therefore$ 3개다.

18. $\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수 x 중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 x 의 값의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{9} \leq x \leq \sqrt{499}$ 를 만족하는 정수

$x = 3, 4, \dots, 21, 22$

이중에서 $\sqrt{3x}$ 가 자연수가 되도록 하는 정수

$x = 3, 12$ 로 두 개뿐이다.

19. $a - b > 0$, $ab < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$\sqrt{(b-a)^2} = b - a$
- ㉡

$\sqrt{(ab)^2} = |ab|$
- ㉢

$-\sqrt{b^2} > \sqrt{a^2} + 1$
- ㉤

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = a + b$
- ㉥

$\frac{\sqrt{(ab)^2}}{2} > \frac{\sqrt{(ab)^2}}{3}$
- ㉦

$\sqrt{(-a)^2} + 1 < 1 - \sqrt{b^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

$b < 0 < a$ 이므로

㉠ : $\sqrt{(b-a)^2} = a - b$

㉡ : $\sqrt{(ab)^2} = -ab = |ab|$

㉢ : $-\sqrt{b^2} = b$, $\sqrt{a^2} = a$
 $b - a < 0$ 이므로 $-\sqrt{b^2} < \sqrt{a^2} + 1$

㉤ : $\sqrt{(-a)^2} = a$
 $-\sqrt{b^2} = -(-b) = b$
 $\sqrt{(-a)^2} + 1 > 1 - \sqrt{b^2}$

20. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

21. 넓이가 8π 인 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이 있다. 이 정사각형의 대각선의 길이를 반지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

넓이가 8π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2 = 8\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$$

한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ 이다.

따라서 반지름의 길이가 4인 원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

22. a, b 가 $ab = 8$, $a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2$, $a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$

23. $a > 0, b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}, \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \text{ 에서}$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$a > 0, b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}\right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$ab = 16 \text{ 이므로 } 4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore a + b = 17$$

24. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

25. $5\sqrt{11!}$ 의 정수 부분의 자릿수를 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 5자리

해설

$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 11 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 = (720)^2 \times 7 \times 11$
 $\therefore 5\sqrt{11!} = 3600\sqrt{77}$
그런데 $8 < \sqrt{77} < 9$ 이므로 $28800 < 3600\sqrt{77} < 32400$ 이다.
따라서 정수 부분의 자릿수는 5 자리이다.