

1. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

2. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $-x^2$

② $-x$

③ $\frac{1}{\sqrt{x}}$

④ $-\frac{1}{x}$

⑤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 ④이 답이다.

3. 다음의 두 식 A, B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$
$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

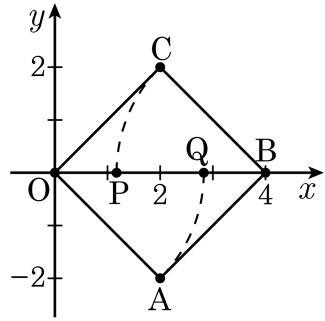
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$
$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$
$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$
$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

4. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 4$

해설

$$\begin{aligned}
 p &= 4 - 2\sqrt{2} \\
 q &= 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로} \\
 p + q &= 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

5. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6, b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- $\textcircled{\tiny \Gamma} \quad b - a > 0$
- $\textcircled{\tiny \text{L}} \quad a - b < 0$
- $\textcircled{\tiny \ominus} \quad ab < 0$
- $\textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 < 0$
- $\textcircled{\tiny \omin�} \quad b - \sqrt{7} < 2$

- $\textcircled{1} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}$
- $\textcircled{2} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}$
- $\textcircled{3} \quad \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{4} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \ominus}, \textcircled{\tiny \omin�}$
- $\textcircled{5} \quad \textcircled{\tiny \Gamma}, \textcircled{\tiny \text{L}}, \textcircled{\tiny \omin�}, \textcircled{\tiny \oplus}, \textcircled{\tiny \omin�}$

해설

$$\begin{aligned} b - a &= \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6) \\ \textcircled{\tiny \Gamma} \quad &= \sqrt{3} + 6 \\ &= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7}) \\ \textcircled{\tiny \text{L}} \quad &= -6 - \sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \ominus} \quad a &= \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0 \\ b &= \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \oplus} \quad a + 3 &= (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a + 3 &< 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{\tiny \omin�} \quad (\text{좌변}) &= b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3} \\ (\text{우변}) &= 2 = \sqrt{4} \\ \therefore b - \sqrt{7} &< 2 \end{aligned}$$

6. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7 개)

7. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14=18$$

$$\therefore x=4$$

$$\therefore \sqrt{x}=2$$

8. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$\sqrt{2.52}$ 는 $\sqrt{7}$ 의 x 배이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2.52} &= \sqrt{\frac{252}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{10^2}} \\ &= \frac{6}{10} \sqrt{7} = \frac{3}{5} \sqrt{7} \\ \therefore x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

9. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 12$

해설

$$\begin{aligned}\text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$

10. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

11. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$$\text{합 : } (a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$$

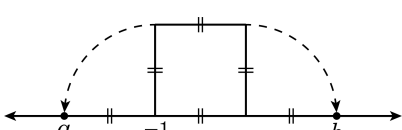
$$\text{곱 : } (a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

$$\text{합 : } \sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\text{곱 : } ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$$

12. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$
 $a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

13. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

14. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2\times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times (2\times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

15. $2 < x \leq 3$ 일 때,
 $A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

16. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 33 ⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

18. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

19. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a-b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.
- ㉢ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab = 1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.
- ㉣ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.
- ㉤ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

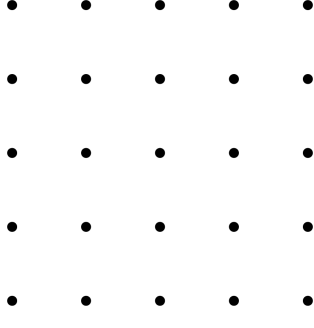
▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

㉣ $a = 0$ 일 경우 $ab = 0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.
㉤ $a = 2$ 일 때, $b = \sqrt{2}$ 이면 $ab^2 = 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4$ 가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ㉣, ㉤ 이다.

20. 다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$ 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.

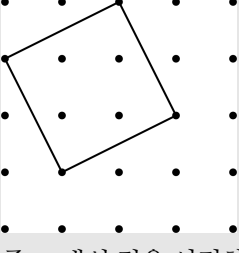


▶ 답: 개

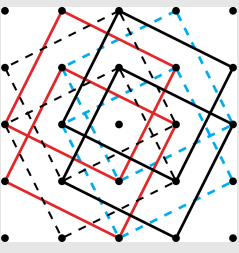
▷ 정답: 8 개

해설

주어진 점들의 간격이 1 인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로 간격이 $\sqrt{2}\text{cm}$ 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{cm}$ 이다.



즉, 4 개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8 개이다.



21. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때
A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2}: b\sqrt{2} = 2: 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

22. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{1} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{2} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

$\textcircled{2}$ 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

23. $f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ $2\sqrt{2}-1$

④ $2\sqrt{2}+1$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} f(n) &= \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9}-\sqrt{8} \\ &= -1+3=2 \end{aligned}$$

24. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

- ① $a = 1.000, b = 1.13$
- ② $a = 1.005, b = 1.15$
- ③ $a = 1.049, b = 1.42$
- ④ $a = 1.196, b = 1.22$
- ⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

25. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
 $\therefore x = 6 + y$
 $x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
 $y^2 + 6y - 6 = 0$
 $y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
 $x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.