

1. a 가 자연수이고 $\sqrt{\frac{18a}{5}}$ 가 정수일 때, a 의 값 중 가장 작은 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 30

해설

$$\sqrt{\frac{18a}{5}} = \sqrt{\frac{2 \times 3^2 \times a}{5}}$$

$$\therefore a = 2 \times 5 = 10$$

2. 다음 중 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① π

② $\sqrt{1.21}$

③ $\sqrt{0.1}$

④ 0.01001000100001...

⑤ 0.121

해설

① π 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)

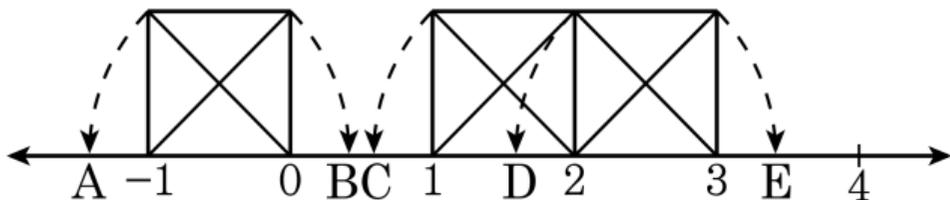
② $\sqrt{1.21} = \frac{11}{10}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

③ $\sqrt{0.1}$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)

④ 0.01001000100001... 비순환소수다.(무리수이다.)

⑤ $0.121 = \frac{121}{900}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

3. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옳게 구한 것은?



- ① $A(-1 - \sqrt{2})$ ② $B(\sqrt{2})$ ③ $C(1 - \sqrt{2})$
 ④ $D(3 - \sqrt{2})$ ⑤ $E(2 - \sqrt{2})$

해설

$A(-\sqrt{2})$, $B(-1 + \sqrt{2})$, $C(2 - \sqrt{2})$, $D(3 - \sqrt{2})$, $E(2 + \sqrt{2})$
 이므로 ④이다.

4. $\sqrt{20} = a\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5} = a\sqrt{5} \text{ 이므로 } a = 2 \text{ 이다.}$$

5. 6의 음의 제곱근을 a , 3의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{a^2 + 2b^2} - \sqrt{2a^2 \times b^2}$ 을 계산하면?

① $-2 + 2\sqrt{3}$

② $-4 + 2\sqrt{3}$

③ $-6 + 2\sqrt{3}$

④ $-8 + 2\sqrt{3}$

⑤ $-10 + 2\sqrt{3}$

해설

$a = -\sqrt{6}$, $b = \sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(-6)^2 + 2(\sqrt{3})^2} - \sqrt{2(-\sqrt{6})^2 \times (\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{6 + 6} - \sqrt{12 \times 3} = 2\sqrt{3} - 6$$

6. $3(3 - a\sqrt{2}) - \sqrt{3}(a\sqrt{3} - 2\sqrt{6})$ 을 간단히 한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$9 - 3a\sqrt{2} - 3a + 2\sqrt{18}$$

$$= (9 - 3a) + (6 - 3a)\sqrt{2}$$

유리식이 되기 위해서 근호가 없어져야 한다.

$$\therefore 6 - 3a = 0, a = 2$$

7. 밑변의 길이가 $a\sqrt{5} + \sqrt{3}$, 높이가 $2\sqrt{3}$ 인 삼각형의 넓이가 $2\sqrt{15} + 3$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{삼각형의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{2}(a\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$a\sqrt{15} + \sqrt{9} = 2\sqrt{15} + 3$$

$$\therefore a = 2$$

8. $\sqrt{2.13}$ 의 값을 A 라 하고, $\sqrt{B} = 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	...
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	...
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	...
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	...
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	...
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	...

- ① $A: 1.517, B: 2.32$ ② $A: 1.517, B: 2.41$
 ③ $A: 1.459, B: 2.41$ ④ $A: 1.459, B: 2.33$
 ⑤ $A: 1.414, B: 2.03$

해설

표에서 2.13을 찾으면 1.459이므로 $\sqrt{2.13} = 1.459$ 이고, 제곱근의 값이 1.552인 것을 찾으면 2.41이므로 $\sqrt{2.41} = 1.552$ 이다.

9. 다음 중 $\sqrt{5}$ 와 3 사이의 무리수를 모두 고른 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

㉠ $\frac{\sqrt{5} + 3}{2}$

㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2}$

㉢ $\sqrt{5} + 0.1$

㉣ $\sqrt{\frac{125}{20}}$

㉤ $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

㉥ $\sqrt{5} + 0.9$

㉦ $\sqrt{7.5}$

㉧ $3 - \frac{\sqrt{5}}{3}$

① ㉠, ㉢, ㉥, ㉦

② ㉠, ㉢, ㉦, ㉧

③ ㉡, ㉢, ㉦, ㉧

④ ㉡, ㉣, ㉥, ㉦

⑤ ㉣, ㉥, ㉦, ㉧

해설

$\sqrt{5} < x < 3 \rightarrow 2.236 < x < 3$ 인 ‘무리수’

㉡ $\sqrt{5} + \sqrt{2} = 2.236 + 1.414 = 3.65 > 3$

㉣ $\sqrt{\frac{125}{20}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{5^2}{2^2}} = \frac{5}{2}$ 무리수가 아니다

㉤ $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{0.764}{2} < \sqrt{5}$

㉥ $\sqrt{5} + 0.9 = 2.236 + 0.9 = 3.136 > 3$

10. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-\sqrt{4^2}$

② $-(-\sqrt{4})^2$

③ $-\sqrt{(-4)^2}$

④ $\sqrt{\sqrt{(-4)^4}}$

⑤ $-\sqrt{\frac{1}{4}(4)^3}$

해설

$$\sqrt{\sqrt{(-4)^4}} = 4$$

11. $\sqrt{5^2} = a$, $\sqrt{(-5)^2} = b$, $-\sqrt{(-5)^2} = c$ 라 할 때, $a^2 + 2b - c$ 의 값은?

① 30

② 35

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$\sqrt{5^2} = 5 , \sqrt{(-5)^2} = 5 , -\sqrt{(-5)^2} = -5$$

따라서, $a^2 + 2b - c = 25 + 10 + 5 = 40$ 이다.

12. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(1-a)^2} - \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② 2

③ $2a - 2$

④ $2a + 2$

⑤ $-2a + 2$

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a - 1 < 0$, $1 - a > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{(1-a)^2} - \sqrt{(a-1)^2} &= (1-a) - \{-(a-1)\} \\ &= 1-a+a-1=0\end{aligned}$$

13. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

$$\sqrt{150}, \sqrt{81}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3} - 0.7$$
$$\sqrt{\pi^2}, -\sqrt{1.21}, -\sqrt{11}, -\sqrt{225}$$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{150}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3} - 0.7, \sqrt{\pi^2}, -\sqrt{11}$ 의 5 개이다.

14. 다음 두 수의 대소 관계로 옳지 않은 것은?

① $4 < \sqrt{8} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{3} + 1 > \sqrt{5} - 1$

③ $\frac{\sqrt{5}}{10} > \sqrt{0.05}$

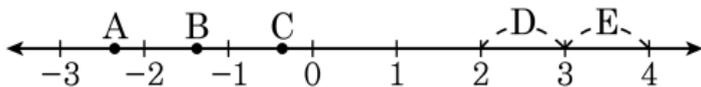
④ $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

⑤ $-\frac{\sqrt{18}}{3} > \frac{-\sqrt{(-4)^2}}{2}$

해설

③ $\frac{\sqrt{5}}{10} = \sqrt{\frac{5}{10^2}} = \sqrt{0.05}$

15. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $2\sqrt{3}$ 은 대응하는 점은 E구간 안에 있다.
- ② D 구간에는 유한 개의 유리수가 존재한다.
- ③ $\sqrt{3} + 1$ 은 $3 - \sqrt{3}$ 보다 오른쪽에 위치한다.
- ④ 점 B와 점 D 사이의 정수는 모두 3개이다.
- ⑤ $2\sqrt{5} + 2$ 는 점 D에 대응한다.

해설

② D 구간에는 무한개의 유리수가 존재한다.

16. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$$\textcircled{㉠} \sqrt{10} - \sqrt{45} + \sqrt{40} = -\sqrt{5} + 3\sqrt{10}$$

$$\textcircled{㉡} \sqrt{24} + \sqrt{54} + \sqrt{27} - \sqrt{12} = 5\sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉢} \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{12} = \sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$\textcircled{㉣} \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{28}{\sqrt{28}} = \sqrt{3} - \sqrt{7}$$

$$\textcircled{㉤} \sqrt{80} - \sqrt{20} - \frac{10}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} \sqrt{10} - \sqrt{45} + \sqrt{40} \\ &= \sqrt{10} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{10} \\ &= 3\sqrt{10} - 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡} \sqrt{24} + \sqrt{54} + \sqrt{27} - \sqrt{12} \\ &= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{6} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉢} \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{48} - \sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉣} \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{28}{\sqrt{28}} \\ &= \sqrt{3} - \sqrt{28} \\ &= \sqrt{3} - 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉤} \sqrt{80} - \sqrt{20} - \frac{10}{\sqrt{5}} \\ &= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 0 \end{aligned}$$

17. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

① 0의 제곱근은 1개이다.

② a 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.

③ 제곱근 a 는 \sqrt{a} 이다.

④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

18. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\pm\sqrt{34}$

해설

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{의 제곱근은 } \pm\sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9 \text{의 제곱근은 } \pm 3 \therefore b = -3$$

$$\sqrt{(-169)^2} = 169 \text{의 제곱근은 } \pm 13 \therefore c = -13$$

$$bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34 \text{ 이므로}$$

34의 제곱근은 $\pm\sqrt{34}$ 이다.

19. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

20. $x, y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$$

$$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$$

$$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$$

$$18x = 90$$

$$\therefore x = 5$$

$$y = x + 2 \text{ 이므로 } \therefore y = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} &= 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4} \\ &= 3 \times 2 = 6 \text{이다.} \end{aligned}$$

21. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

22. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} +$

$\frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{\sqrt{8}}{8}$

③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2 < \sqrt{8} < 3$ 에서 $\sqrt{8} = 2.\times\times\times\cdots = 2 + y$

$\therefore \sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x = 2$

소수 부분 $y = \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$$

$$= \frac{1}{2 - (2\sqrt{2} - 2)} + \frac{1}{2 + (2\sqrt{2} - 2) + 4}$$

$$= \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2})}{(4 - 2\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{16 - 8} = 1$$

23. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로

$$n = 1, 2, 3 \text{ 일 때, } f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$$

$$n = 4, \dots, 8 \text{ 일 때, } f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$$

$$n = 9, \dots, 15 \text{ 일 때, } f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$$

$$n = 16, \dots, 24 \text{ 일 때, } f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$$

$$n = 25, \dots, 35 \text{ 일 때, } f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$$

$$n = 36, \dots, 48 \text{ 일 때, } f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$$

$$3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125 \text{ 이고,}$$

$$n = 41 \text{ 이면 } 125 + 6 \times 6 = 161$$

$$\therefore n = 41$$

24. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1}}}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3} - (\sqrt{3} + 1)}} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1)$$

$$= 1$$

25. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a = 5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11 개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

$$5 \leq a < 6 \text{ 이므로 } 5 \leq \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6$$

$$25 \leq \frac{2x}{k} < 36$$

$$\frac{25}{2}k \leq x < \frac{36}{2}k$$

이를 만족하는 x 의 개수가 11 개이므로,

$$\frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11$$

$$(36 - 25)k = 22$$

$$\therefore k = 2$$