

1. $2x - y = 3$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 두 자리 자연수 x 는?

① 10

② 13

③ 16

④ 19

⑤ 22

해설

$$2x - y = 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 2x - 3} = \sqrt{4x - 3}$$

x 는 최소한 가장 작은 두자리 수인 10 이상이어야 하므로,
근호 안의 제곱수는 7^2 이상이 되어야 한다. ($\sqrt{4 \times 10 - 3} = \sqrt{37} > 7^2$)

$\therefore \sqrt{4x - 3} = 7$ 일 때, $x = 13$ 이므로 성립한다.

$$\therefore x = 13$$

2. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

3. $\sqrt{24x}$ 가 8 과 9 사이의 수가 되도록 정수 x 의 값을 정하면?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

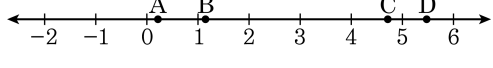
$$8 < \sqrt{24x} < 9$$

$$64 < 24x < 81$$

$$2\frac{2}{3} < x < 3\frac{3}{8}$$

$$\therefore x = 3$$

4. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



- ① $a+b=\sqrt{2}$ ② $c+d=3\sqrt{3}+5$
 ③ $3(a+b)>c+d$ ④ $b-a>0$
 ⑤ $c-d<0$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{12}+2 &= 5. \times \times \times \leftarrow d \\ 3\sqrt{2}-4 &= 0. \times \times \times \leftarrow a \\ 4-2\sqrt{2} &= 1. \times \times \times \leftarrow b \\ 3+\sqrt{3} &= 4. \times \times \times \leftarrow c \\ \textcircled{3} \quad a+b &= \sqrt{2} \rightarrow 3(a+b) = 3\sqrt{2} \\ c+d &= 3\sqrt{3}+5 \\ \therefore 3(a+b)-(c+d) &= 3\sqrt{2}-(3\sqrt{3}+5) \\ &= \sqrt{18}-\sqrt{27}-5 < 0 \\ \therefore 3(a+b) &< c+d \end{aligned}$$

5. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때,
 $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28} \\ &\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{3}{28} \\ &\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

6. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} \end{aligned}$$

$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$
$$3x - \left\{-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$
$$5x = 5$$

$\therefore x = 1$

7. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

8. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(x^2 - 6x) &= -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m \\ \frac{1}{3}(x-3)^2 &= -m+3 \\ \therefore m &= 9, n = -3 \\ \therefore mn &= -27\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

10. 선물 가게에 원가가 1500원인 물건이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $10a\%$ 를 받고 팔았더니 204원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

원가 : 1500원

정가 : $1500 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1500 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{10a}{100} + 204 = 1500$$

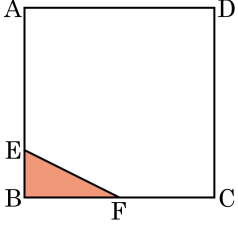
$$150a + \frac{3}{2}a^2 + 204 = 1500$$

$$a^2 + 100a - 864 = 0$$

$$(a + 108)(a - 8) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 8$$

11. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x) \text{ cm}$, $\overline{BE} = x \text{ cm}$
 $\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,
 정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} (20 - 2x)x = 25$
 $x^2 - 10x + 25 = 0$
 $(x - 5)^2 = 0$
 $\therefore x = 5$ (초)(단, $0 < x < 10$)

12. $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 1)^2 + 1 \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 1 \\&= ax^2 - 2ax + a + 1 \\a + 1 &= 2, \quad a = 1 \\y &= (x - 1)^2 + 1 \\p &= 1, q = 1 \\\therefore apq &= 1\end{aligned}$$

13. $100 \leq a \leq 200$ 일 때, $\sqrt{7a}$ 가 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 287

해설

$$\begin{aligned} a &= 7 \times x^2 \\ 100 &\leq 7 \times x^2 \leq 200 \\ 14. \times \times \leq x^2 &\leq 28. \times \times \\ x &= 4, 5 \\ a &= 112, 175 \\ \therefore 112 + 175 &= 287 \end{aligned}$$

14. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉤ $-(\sqrt{-y})^2$	㉥ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉦ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉦

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$
㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$
㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$
㉤ : $y, -2 < y < -1$
㉥ : $y-3, -5 < y-3 < -4$
㉦ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$
㉡, ㉥ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

15. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

16. $x^3 + ax^2 - bx + 12$ 가 $(x - 1)$ 과 $(x + 2)$ 로 나누어 떨어질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + ax^2 - bx + 12 \\ &= (x - 2)(x + 2)(x + k) \\ &= x^3 + (k + 1)x^2 + (k - 2)x - 2k \\ &-2x = 12, \therefore k = -6 \\ &a = k + 1 = -5 \\ &-b = k - 2 = -8, \therefore b = 8 \\ &\therefore a + b = -5 + 8 = 3 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 12 \text{라 할 때,} \\ & f(x) \text{가 } (x - 1) \text{ 와 } (x + 2) \text{ 를 인수로 가지면} \\ & f(1) = 0, f(-2) = 0 \text{ 이므로,} \\ & 1^3 + a \times 1^2 - b \times 1 + 12 = 0 \cdots \textcircled{1} \\ & (-2)^3 + a \times (-2)^2 - b \times (-2) + 12 = 0 \cdots \textcircled{2} \\ & \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면, } a = -5, b = 8 \\ & \therefore a + b = -5 + 8 = 3 \end{aligned}$$

17. $\left(1 - \frac{1}{6^2}\right)\left(1 - \frac{1}{7^2}\right)\left(1 - \frac{1}{8^2}\right)\cdots\left(1 - \frac{1}{14^2}\right)\times\left(1 - \frac{1}{15^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{9}$

해설

$$1 - \frac{1}{a^2} = \left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 - \frac{1}{a}\right) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5}{6} \times \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{7} \times \cdots \times \frac{14}{15} \times \frac{16}{15} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{16}{15} = \frac{8}{9} \end{aligned}$$

18. $a + b = -1$, $(a + 1)(b + 1) = -12$ 일 때, 다음 식의 값은?

$a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$

- ① -25
- ② -24
- ③ -23
- ④ -22
- ⑤ -21

해설

$$\begin{aligned}(a + 1)(b + 1) &= ab + (a + b) + 1 = -12 \\ a + b &= -1 \text{ 이므로 } ab = -12 \\ a^3 + b^3 + a^2b + ab^2 &= a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 \\ &= a^2(a + b) + b^2(a + b) \\ &= (a + b)(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)\{(a + b)^2 - 2ab\} \\ &= (-1) \\ &\quad \times \{(-1)^2 - 2 \times (-12)\} \\ &= (-1) \times 25 = -25\end{aligned}$$

19. 100g의 물이 들어 있는 그릇에서 일정 양의 물을 퍼낸 다음 퍼낸 물의 양과 같은 양의 설탕을 넣어 잘 저었다. 이 설탕물에서 처음 퍼낸 물의 양보다 2 배 더 많은 설탕물을 퍼내고 퍼낸 설탕물의 양과 같은 양의 설탕을 넣었더니 88%의 설탕물이 되었다면, 처음 퍼낸 물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ **답:** g

▶ 정답 : 40g

해설

처음 퍼낸 물의 양을 $x\text{g}$ ($6 < x < 50$) 이라 하면 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 $x\text{g}$ 의 물을 퍼낸 다음 $x\text{g}$ 의 설탕을 넣었으므로 $x\%$ 의 설탕물 100g 이 된다.

또, $2xg$ 의 설탕물을 빼내고 $2xg$ 의 설탕을 넣었으므로 이 설탕물 $100g$ 에 녹아 있는 설탕의 양은

$$\frac{x}{100} \times 100 - \frac{x}{100} \times 2x + 2x = \frac{88}{100} \times 100$$

$$100x - 2x^2 + 200x = 8800$$

$$2x^2 - 300x + 8800 = 0$$

$$x^2 - 150x + 4400 = 0$$

$$(x - 40)(x - 110) = 0$$

$$r = 40 \text{ } \mathbb{F} \stackrel{\mathbb{L}}{=} 110$$

$$\therefore x = 40 (0 < x < 50)$$

20. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$

$\therefore x = -1, 6$

$\therefore AB = 6 - (-1) = 7$

21. 다음은 $y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명을 나타낸 것이다. 이 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

㉡ 직선 $x = 1$ 을 축으로 한다.

㉢ x 축과 한 점에서 만난다.

㉣ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

$y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 2 - k + 3, k = 4$
 $y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$
㉠ 꼭짓점의 좌표 $(1, 1)$
㉡ x 축과 만나지 않는다.
㉢ x 축으로 1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

22. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 가 작아지므로 폭은 넓어진다.

23. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = x^2 + cx + d$ 가 두 점 $(1, a + b)$, $(-3, -3a + b)$ 에서 만날 때, 함수 $h(x) = g(x) - f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

두 함수의 그래프의 교점의 x 좌표가 1 과 -3 이므로 $ax + b = x^2 + cx + d$,

즉, $x^2 + (c - a)x + (d - b) = 0$ 은 두 근이 1, -3 이다.

근과 계수의 관계에 의해

$$a - c = -2, d - b = -3$$

$$\begin{aligned}\therefore h(x) &= g(x) - f(x) \\ &= x^2 + (c - a)x + (d - b) \\ &= x^2 + 2x - 3 \\ &= (x + 1)^2 - 4\end{aligned}$$

따라서 $x = -1$ 일 때, 최솟값 -4 를 갖는다.

24. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2$ 일 때, $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{379}{50}$

해설

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2 = k \text{ 라 하면}$$

$$x+2 = 2k, y+1 = 3k, z-2 = k$$

이를 $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (z+x)^2$ 에 대입하면

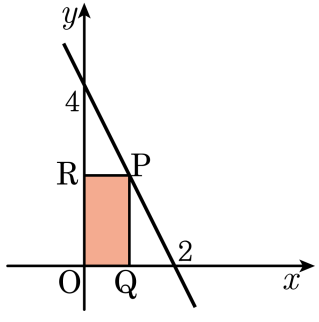
$$(5k-3)^2 + (4k+1)^2 + (3k)^2$$

$$= 50k^2 - 22k + 10$$

$$= 50 \left(k - \frac{11}{50} \right)^2 + \frac{379}{50}$$

따라서 $k = \frac{11}{50}$ 일 때, 최솟값이 $\frac{379}{50}$ 이다.

25. 직선 $y = -2x + 4$ 위의 제1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= x(-2x + 4) (0 < x < 2) \\ &= -2x^2 + 4x \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\ &= -2(x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때 최댓값 2