

1.  $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠  $4x^2 - 6x + 1$       ㉡  $4x^2 - 7x + 3$       ㉢  $4x^2 - 4x + 5$   
㉣  $4x^2 - 8x + 2$       ㉤  $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫:  $4x^2 - x - 2$ , 나머지:  $-5x + 3$

$\therefore$  몫과 나머지의 합은  $4x^2 - 6x + 1$

2.  $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서  $x^3$ 의 계수는?

① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

3. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

4. 다항식  $f(x)$ 를  $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가  $x-2$ 이었다.  $f(x)$ 를  $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $-5$       ②  $-4$       ③  $-3$       ④  $-2$       ⑤  $-1$

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{ 이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

5. 다음 중 다항식  $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3$

②  $x + 3$

③  $x^2 + 1$

④  $x^2 + 9$

⑤  $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \ x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

6.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값이 아닌 것은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  )

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$  이 성립하려면  $n = 4m + 2$  ( $m \geq 0$  )

③ :  $8 = 4 \times 2 + 0$

7.  $x$ 에 대한 이차방정식  $2mx^2 + (5m+2)x + 4m+1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수  $m$ 의 값은?

①  $-\frac{3}{2}, -2$

②  $-\frac{7}{12}, -\frac{1}{2}$

③  $-\frac{7}{2}, 2$

④  $-\frac{2}{7}, 2$

⑤  $\frac{2}{7}, \frac{3}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 하면 중근을 가질 조건은  $D = 0$ 이므로

$$D = (5m+2)^2 - 4 \cdot 2m \cdot (4m+1) = 0$$

$$25m^2 + 20m + 4 - 32m^2 - 8m = 0$$

$$7m^2 - 12m - 4 = 0$$

$$(7m+2)(m-2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{2}{7} \text{ 또는 } 2$$

8. 이차방정식  $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때,  $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

이차방정식  $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로,  
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

9. 이차함수  $y = ax^2 + bx - 3$  은  $x = 2$  일 때 최댓값 5를 가진다. 이때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5$$

$$= ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

10. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서  
 $x^2 = t$ 로 놓으면  
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$   
 $\therefore t = 4$  또는  $t = 9$   
( i )  $t = 4$  일 때,  $x^2 = 4$   
 $\therefore x = \pm 2$   
( ii )  $t = 9$  일 때,  $x^2 = 9$   
 $\therefore x = \pm 3$   
따라서 모든 해의 합은  
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

11.  $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

①  $a^3+b^3$

②  $a^6+b^6$

③  $a^6-b^6$

④  $a^9+b^9$

⑤  $a^9-b^9$

해설

(준 식)  $= (a^3+b^3)(a^3-b^3) = a^6-b^6$

12.  $(1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \cdots + (9^2 - 10^2)$  을 구하면?

① 55

② -55

③ 45

④ -45

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & (1^2 - 2^2) + (3^2 - 4^2) + (5^2 - 6^2) + \cdots + (9^2 - 10^2) \\ &= (1 - 2)(1 + 2) + (3 - 4)(3 + 4) + (5 - 6)(5 + 6) + \\ & \quad \cdots + (9 - 10)(9 + 10) \\ &= -(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 9 + 10) \\ &= -55 \end{aligned}$$

13. 다음 등식을 만족하는 실수  $x$ 의 값을  $a$ ,  $y$ 의 값을  $b$ 라 할 때,  $a+2b$ 의 값을 구하여라.

(단,  $\overline{x+yi}$ 는  $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

$$\overline{(x+yi)}=\frac{5(1-i)}{2+i}=1-3i$$

$$x+yi=1+3i$$

$$a=1, \quad b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

14.  $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i)  $x < -1$ 일 때,  
 $-x-1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$  (모순)

ii)  $-1 \leq x < 2$ 일 때,  
 $x+1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = 0$

iii)  $x \geq 2$ 일 때,  
 $x+1+x-2=x+3$   
 $\therefore x = 4$

15.  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다.  $0 \leq x < 2$ 일 때,  $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를  $\alpha$ 라 하면  $2\alpha$ 의 값은?

①  $\sqrt{2} - 1$

②  $\sqrt{2} + 1$

③  $\sqrt{3} + 2$

④  $\sqrt{3} - 1$

⑤  $\sqrt{3} - 2$

해설

( i )  $0 \leq x < 1$ 일 때,  $[x] = 0$ 이므로

$$-4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{4} \text{ (부적합)}$$

( ii )  $1 \leq x < 2$ 일 때,  $[x] = 1$ 이므로

$$4x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$1 \leq x < 2 \text{ 이므로 } x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$$

$$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$$

16.  $x$ 에 대한 다음 방정식의 두 근의 합은?

$$(\sqrt{3} + 1)x^2 + (\sqrt{3} + 1)x - 2\sqrt{3} = 0$$

- ①  $-\sqrt{3}$     ②  $-1$     ③  $0$     ④  $1$     ⑤  $\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$((\sqrt{3} + 1)x - 2)(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{\sqrt{3} + 1} \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \sqrt{3} - 1 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3}$$

$$\therefore \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3}) = -1$$

17. 이차함수  $y = x^2 + x - 1$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼,  $y$  축의 방향으로  $m$  만큼 평행이동하면  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 이때, 정수  $m$  의 최댓값은?

① 1                      ② 3                      ③ 5                      ④ 7                      ⑤ 9

해설

이차함수  $y = x^2 + x - 1$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로 1 만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $m$  만큼 평행이동하면  
 $y - m = (x - 1)^2 + (x - 1) - 1$   
 $\therefore y = x^2 - x - 1 + m$   
이 함수의 그래프가  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 방정식  
 $x^2 - x - 1 + m = 0$  에서  
 $D = 1 - 4(-1 + m) > 0$   
 $5 - 4m > 0 \quad \therefore m < \frac{5}{4}$   
따라서 정수  $m$  의 최댓값은 1 이다.

18. 방정식  $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$  의 한 근이  $1 + i$  일 때, 실수  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

실수 계수의 방정식에서  $1 + i$  가 근이면  $1 - i$  도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은  $x^2 - 2x + 2 = 0$  이다. 따라서  $x^3 - ax^2 + bx - 4$  는  $x^2 - 2x + 2$  로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면  $(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$  이다.  
 $\therefore b - 2a + 2 = 0$  과  $-8 + 2a = 0$  에서  $a = 4$ ,  $b = 6$  이다.  
 $\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

19. 방정식  $x^3 = 1$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

②  $\omega + \frac{1}{\omega} = -1$

③  $(1 + \omega^2)^2 = \omega$

④  $(1 + \omega)^{10} = \omega^2$

⑤  $\omega^3 = 1$

해설

$$x^3 = 1$$

$$(x^3 - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$\omega$ 는  $x^2 + x + 1 = 0$ 의 한 근이다.

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

①식을  $\omega$ 로 나누면

$$\omega + \frac{1}{\omega} = -1 (\textcircled{\times})$$

$$\textcircled{3} \quad (1 + \omega^2)^2 = (-\omega)^2 = \omega^2 (\textcircled{\times})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad (1 + \omega)^{10} &= (-\omega^2)^{10} \\ &= \omega^{20} \\ &= (\omega^3)^6 \omega^2 \\ &= \omega^2 \quad (\textcircled{\times}) \end{aligned}$$

20.  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + (3 + a)y = 4 + a \\ (3 - a)x + 4y = 5 \end{cases} \quad \text{의 해가 무수히 많을 때, 상수 } a \text{의 값을}$$

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해가 무수히 많으려면  $x, y$ 의 계수의 비가 같아야 하므로

$$\frac{2}{3 - a} = \frac{3 + a}{4}$$

$$(3 - a)(3 + a) = 8 \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

$a = 1$ 일 때 주어진 연립방정식은  $\begin{cases} 2x + 4y = 5 \\ 2x + 4y = 5 \end{cases}$ 로 일치하므

로 해가 무수히 많다.

21. 연립이차방정식  $\begin{cases} 3x^2 + y = 6 \\ 9x^2 - y^2 = 0 \end{cases}$  를 만족시키는  $x$  값의 모두 더하면?

① 0      ② 15      ③ 10      ④ -10      ⑤ -15

해설

$9x^2 - y^2 = 0$ 에  $3x^2 + y = 6$ 대입.

$$9x^2 - (3x^2 - 6)^2 = -9x^4 + 45x^2 - 36 = 0$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0$$

$$x = \pm 1, \pm 2$$

$$x \text{의 합} : +1 - 1 + 2 - 2 = 0$$

22. 방정식  $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$  을 만족시키는 실수  $x, y$  의 곱  $xy$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$  에서  
 $(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) = 0$   
 $(x + y)^2 + (x - 2)^2 = 0$   
 $x, y$  가 실수이므로  $x + y = 0, x - 2 = 0$   
 $\therefore x = 2, y = -2$   
 $\therefore xy = -4$

23.  $x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 가  $x, y$ 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수  $a$ 의 값은?

①  $\frac{8}{49}$       ②  $\frac{49}{8}$       ③ 49      ④ 8      ⑤ 0

해설

$x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 를  $x$ 에 대해 정리하면

$x^2 + 5yx + ay^2 + y - 2$

이 이차식이 두 개의 일차식으로 인수분해 되려면

판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.

$$D = (25 - 4a)y^2 - 4y + 8$$

$$\frac{D'}{4} = 4 - 8(25 - 4a) = 0,$$

$$4 - 200 + 32a = 0$$

$$\therefore a = \frac{49}{8}$$

24. 연립방정식  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3, \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3, \frac{1}{xyz} = 1$ 을 풀면 해는  $x = a, y = b, z = c$ 이다. 이 때,  $a + b + c$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3,$$
$$\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 3,$$
$$\frac{1}{xyz} = 1$$

이것은  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ 을 세 근으로 하는  
3차방정식의 근과 계수와의 관계이다.  
만족하는 3차방정식은  
 $\alpha^3 - 3\alpha^2 + 3\alpha - 1 = 0,$   
 $(\alpha - 1)^3 = 0, \alpha = 1,$   
 $\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{y} = \frac{1}{z} = 1, x = y = z = 1$   
 $\therefore a + b + c = 3$

25. 어느 가게에서 물건을 파는데 한 개에 80원하는 물건 세 개를 사면 210원, 다섯 개를 사면 320원으로 할인해 준다고 한다. 어느 날 매상액이 모두 1440원이었고 한 명의 고객이 한 개, 세 개, 다섯 개 중 어느 한 가지만 샀다고 할 때, 이 날 물건을 사고 간 고객의 수로 적당하지 않은 것은?

- ① 6명
- ② 9명
- ③ 12명
- ④ 14명
- ⑤ 18명

해설

물건을 한 개, 세 개, 다섯 개를 산 사람의 수를 각각  $x, y, z$ 라고 하면  
 $x, y, z$ 는 0이상의 정수이고  
 $80x + 210y + 320z = 1440$  양변을 10으로 나누면  
 $8x + 21y + 32z = 144 \dots\dots ㉠$   
 $㉠$ 을 변형하면  
 $3(48 - 7y) = 8(x + 4z) \dots\dots ㉡$   
3, 8이 서로 소이므로  
 $48 - 7y = 8k$   
 $(k = 0, 1, 2, 3, \dots\dots, 6) \dots\dots ㉢$   
 $㉢$ 을  $㉡$ 에 대입하면  
 $x + 4z = 3k \dots\dots ㉣$   
 $㉢$ 에서  $7y = 48 - 8k$ ,  
 $y = \frac{8(6 - k)}{7} \dots\dots ㉤$   
 $㉤$ 에서  $\frac{6 - k}{7}$ 가 정수이므로  
 $k = 6, y = 0, x + 4z = 18$   
 $\therefore (x, y, z)$   
 $= (18, 0, 0), (14, 0, 1), (10, 0, 2),$   
 $(6, 0, 3), (2, 0, 4)$   
이 날 물건을 구입한 고객의 수는  
 $x + y + z$ 이므로  
 $x + y + z = 6, 9, 12, 15, 18$ 이다.