

1. a 가 자연수이고 $\sqrt{\frac{18a}{5}}$ 가 정수일 때, a 의 값 중 가장 작은 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 30

해설

$$\sqrt{\frac{18a}{5}} = \sqrt{\frac{2 \times 3^2 \times a}{5}}$$

$$\therefore a = 2 \times 5 = 10$$

2. $5\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{96}$ 를 간단히 하면 $A\sqrt{B}$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, $A + B$ 값은?

① 20

② 19

③ 18

④ 17

⑤ 16

해설

$$5\sqrt{24} - \sqrt{54} + \sqrt{96} = 10\sqrt{6} - 3\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 11\sqrt{6}$$

따라서 $A = 11, B = 6$ 이므로 $A + B = 17$ 이다.

3. $2\left(\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - (4\sqrt{3}-6) \div \sqrt{6}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것은?

① $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

② $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & 2\left(\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - (4\sqrt{3}-6) \div \sqrt{6} \\ &= 2 \times \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{3} - \frac{4\sqrt{3}-6}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{6\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{3} - \frac{12\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{6} \\ &= 2\sqrt{2} - \frac{4\sqrt{6}}{3} - 2\sqrt{2} + \sqrt{6} \\ &= -\frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

4. $x^2 + 4x - 21$, $3x^2 - 5x - 12$ 의 공통인 인수는?

① $x + 4$

② $x + 7$

③ $3x + 4$

④ $3x - 9$

⑤ $x - 3$

해설

$$x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$$

$$3x^2 - 5x - 12 = (x - 3)(3x + 4)$$

5. $x^2 + 6x + 11 - a = 0$ 이 하나의 근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D/4 = 3^2 - (11 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) $= 2$

$2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$8 - 6 - k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

7. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 짝지은 것이 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표 : (1, 4) , 축의 방정식 : $x = 1$
- ② 꼭짓점의 좌표 : (2, -1) , 축의 방정식 : $x = 2$
- ③ 꼭짓점의 좌표 : (-1, -3) , 축의 방정식 : $x = -1$
- ④ 꼭짓점의 좌표 : (-1, 4) , 축의 방정식 : $x = -1$
- ⑤ 꼭짓점의 좌표 : (-2, -3) , 축의 방정식 : $x = -2$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) , 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

$y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

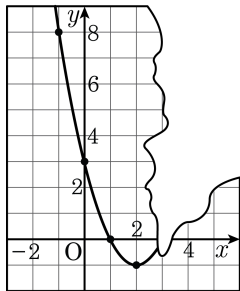
④ 8

⑤ 10

해설

$y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가 점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3 - 1)^2, m = 8$

9. 다음 그림은 어떤 이차함수의 그래프의 일부분이 찢겨져 나간 것이다. 이 이차함수의 그래프가 점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

주어진 이차함수의 그래프는 $x = 2$ 를 대칭축으로 갖는다. 따라서 $x = 5$ 와 $x = -1$ 일 때의 y 의 값이 같으므로 $a = 8$ 이다.

10. $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ 를 간단히 하면?

① $5 + \sqrt{3} + \sqrt{2}$

② $5 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

③ $5 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

④ $7 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

⑤ $7 + 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3-1} + \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{2-1} \\ &= \frac{6+2\sqrt{3}}{2} + 4 + 2\sqrt{2} \\ &= 3 + \sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{2} \\ &= 7 + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

11. $(x-2)^2 - 2(x-2) - 8$ 을 인수분해 하면?

① $x(x-6)$

② $(x+2)(x-6)$

③ $(x+4)(x-2)$

④ $(x-4)(x+2)$

⑤ $x(x-4)$

해설

$x-2=t$ 로 치환하면

$$t^2 - 2t - 8 = (t+2)(t-4) = x(x-6)$$

12. 이차방정식 $(x+1)(x-2) = -2x+4$ 의 두 근 a, b ($a > b$) 에 대하여 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근은?

① $x = -3$ 또는 $x = 1$

② $x = 3$ 또는 $x = -1$

③ $x = 2$ 또는 $x = -3$

④ $x = 3$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = -3$ 또는 $x = -1$

해설

방정식을 정리하면 $x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$

두 근이 a, b ($a > b$) 이므로 $a = 2, b = -3$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x+3)(x-1) = 0$

$\therefore x = -3$ 또는 $x = 1$

13. n 명 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어떤 모임의 회원 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 136가지일 때, 이 모임의 전체 회원은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 17명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 136 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 272 = 0 \text{ 이다.}$$

$$(n-17)(n+16) = 0$$

$$n = 17 (\because n > 0)$$

따라서 17명이다.

14. 성훈이가 물로켓을 만들어 위로 똑바로 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓이 땅에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 5초

해설

땅에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

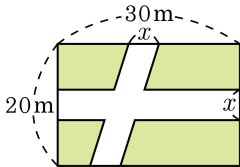
$$\text{식을 세우면 } 40t - 8t^2 = 0$$

$$\text{식을 정리하면 } t^2 - 5t = 0$$

$$t(t - 5) = 0$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 5$$

15. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은?



① $x^2 - 10x + 600 = 0$

② $x^2 - 20x + 400 = 0$

③ $x^2 - 30x - 200 = 0$

④ $x^2 + 40x + 200 = 0$

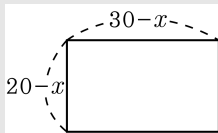
⑤ $x^2 - 50x + 200 = 0$

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.

식을 세우면 $(30 - x)(20 - x) = 400$

$\therefore x^2 - 50x + 200 = 0$



16. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 y m 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 9 m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x - 3)^2 + 9$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

17. $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

18. $ax^2 + 24x + b = (3x + c)^2$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 차례로 구하면?

① $a = 9, b = 16, c = -4$

② $a = 9, b = 8, c = 4$

③ $a = 9, b = 16, c = 2$

④ $a = 9, b = 16, c = 4$

⑤ $a = 3, b = -8, c = 4$

해설

$$(3x + c)^2 = 9x^2 + 6cx + c^2$$

$$a = 9$$

$$6c = 24, c = 4$$

$$b = c^2, b = 16$$

$$\therefore a = 9, b = 16, c = 4$$

19. x 에 관한 이차식 $12x^2 + kx - 7$ 에 대하여 인수분해 한 결과 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 83

해설

$$(x + 7)(12x - 1) = 12x^2 + 83x - 7$$

20. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$2^{160} - 1$$

$$= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$$

$2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.

$$\therefore 33 + 31 = 64$$

21. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b ,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

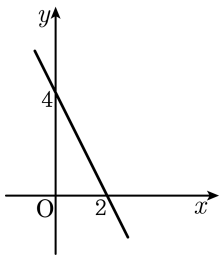
$$b = \frac{a^2}{4} ,$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

22. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$

⑤ $(2, 7)$



해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

23. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$

24. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(80)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{f(a)} &= \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} \\&= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})(\sqrt{a+1} - \sqrt{a})} \\&= \frac{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}}{a+1-a} \\&= \sqrt{a+1} - \sqrt{a} \quad \text{이므로} \\(\text{준식}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\&\quad \cdots + (\sqrt{81} - \sqrt{80}) \\&= \sqrt{81} - \sqrt{1} = 9 - 1 = 8\end{aligned}$$

25. 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -\frac{1}{4}x^2 + 20$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, 순서쌍의 개수를 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 56 개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2 + 20$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{80}{3}}$$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{\frac{80}{3}} <$

$x < \sqrt{\frac{80}{3}}$ 이고,

y 좌표의 범위는 $\frac{1}{2}x^2 < y < -\frac{1}{4}x^2 + 20$

자연수인 x 좌표는 1, 2, 3, 4, 5

(1) $x = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} < y < \frac{79}{4}$ 이므로 $y = 1, 2, \dots, 19 \Rightarrow 19$ 쌍

(2) $x = 2$ 일 때, $2 < y < 19$ 이므로 $y = 3, 4, \dots, 17, 18 \Rightarrow 16$ 쌍

(3) $x = 3$ 일 때, $\frac{9}{2} < y < \frac{71}{4}$ 이므로 $y = 5, 6, \dots, 16, 17 \Rightarrow 13$ 쌍

(4) $x = 4$ 일 때, $8 < y < 16$ 이므로 $y = 9, 10, \dots, 14, 15 \Rightarrow 7$ 쌍

(5) $x = 5$ 일 때, $\frac{25}{2} < y < \frac{55}{4}$ 이므로 $y = 13 \Rightarrow 1$ 쌍

따라서 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $19 + 16 + 13 + 7 + 1 = 56$ (개)이다.