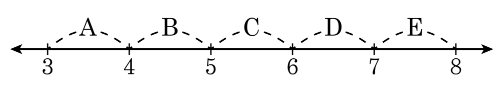
1. 다음 수직선에서 $4\sqrt{3}$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$4\sqrt{3} = \sqrt{48}$

$6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로 D 구간

2. $\dfrac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $2\sqrt{6}$이 되었다. 이 때, 자연수 $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ 의 값은?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

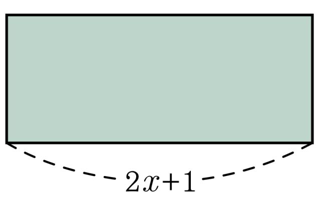
해설

$\dfrac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}} = \dfrac{12\sqrt{a}}{2\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{12\sqrt{3a}}{6} = 2\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$

$3a = 6$이므로 $a = 2$

$\therefore \dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3. 넓이가 $2x^2-3x-2$ 인 직사각형의 가로의 길이가 $2x+1$ 일 때, 세로의 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?



① $x-2$　② $x+2$　③ $-x+2$
④ $-x-2$　⑤ $x-1$

해설

세로의 길이를 A 라 하면 $2x^2-3x-2=(2x+1)\times \mathrm{A}$ 이므로 $\mathrm{A}=x-2$ 이다.

4. $(x+2)^2-(2x-3)^2$을 간단히 하면 $-(ax+b)(x+c)$이다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하면? (단, a는 양수)

① -5 ② -1 ③ -3 ④ -10 ⑤ -12

해설

$x+2=A,\ 2x-3=B$로 치환하면

$(x+2)^2-(2x-3)^2$

$=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=(x+2+2x-3)(x+2-2x+3)$

$=(3x-1)(-x+5)$

$=-(3x-1)(x-5)$

$\therefore a+b+c=3+(-1)+(-5)=-3$

5. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $x(x-7)=x^2-7x$　② $3x(x+2)=2x^2+x+1$
③ $(x+4)^2=2x^2+2x+1$　④ $(x+1)^2-3(x+1)=28$
⑤ $(x-1)(x+3)=3$

해설
① $x(x-7)=x^2-7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면
$x(x-7)-x^2-7x=0$

6. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$x^2 - 8x + 15 = 0$, $2x^2 - 9x + 9 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$(x-5)(x-3) = 0$

$\therefore x = 5$ 또는 $x = 3$

$2x^2 - 9x + 9 = 0$

$(2x-3)(x-3) = 0$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = 3$

따라서 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$ ② $y = -3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$ ④ $y = 2x^2 + 5$

⑤ $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 양수이면서 절댓값이 작은 것을 찾는다.

8. $y=3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y=3x^2-2$
② $y=3x^2-3x-6$
③ $y=3x^2+6x-8$
④ $y=3x^2-6x-8$
⑤ $y=3x^2+3x-6$

해설

$y=3(x+1)(x-2)=3x^2-3x-6$

9. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$ ② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$ ④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\dfrac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0,\ -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2,\ -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$a = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\dfrac{1}{2}x^2 - 1$

10. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69 ② 79 ③ 89 ④ 99 ⑤ 109

해설

$10 \le n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수
$n+13 = 5k^2$
$23 \le 5k^2 < 113$
$4.6 \le k^2 < 22.6$
$\therefore k^2 = 9$, 16
$n = 5 \times 9 - 13 = 32$, $n = 5 \times 16 - 13 = 67$
따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

11. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{a}$, $\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{b}$ 일 때, 유리수 a, b 의 $a \div b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \div b = 25$

해설

$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 2}{6}} = \sqrt{3}$

$\therefore a = 3$

$\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3^2}{5^2 \times 3}} = \sqrt{\frac{3}{25}}$

$\therefore b = \frac{3}{25}$

$\therefore a \div b = 3 \times \frac{25}{3} = 25$

12. $2x^2 + ax - 3$ 의 한 인수가 $x - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x^2 + ax - 3 = (x-1)(2x+3) = 2x^2 + x - 3$

$\therefore\ a = 1$

13. $x^2-5x-1=0$ 일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 의 값을 구하면?

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

해설

$x^2-5x-1=0$ 의 양변을 x 로 나누어 주면,

$x-5-\dfrac{1}{x}=0$ 이므로 $x-\dfrac{1}{x}=5$ 이다.

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2=5^2+2=27$

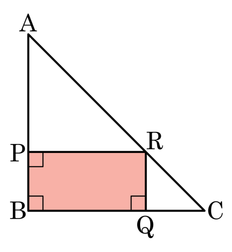
14. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

① 정삼각형
② 이등변삼각형
③ ∠A 가 직각인 직각삼각형
④ ∠B 가 직각인 직각삼각형
⑤ ∠C 가 직각인 직각삼각형

해설

$a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$
$= a^2(a-b) + a(b^2+c^2) - b(b^2+c^2)$
$= a^2(a-b) + (a-b)(b^2+c^2)$
$= (a-b)(a^2+b^2+c^2) = 0$
$\therefore a-b=0$, $a=b$ 인 이등변삼각형

15. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{CB} = 12\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이 있다. $\overline{AC}$ 위의 점 R 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, PBQR 의 넓이가 $32\,\text{cm}^2$가 되도록 하는 $\overline{PR}$의 길이를 구하여라. (단, $\overline{PR} > \overline{PB}$)



▶ **답 :** ____ cm

▷ **정답 :** 8 cm

해설

$\overline{PR} = x$라 하자.
$x(12 - x) = 32$
$-x^2 + 12x - 32 = 0$
$x^2 - 12x + 32 = 0$
$\therefore x = 8\,\text{cm} (\because x > 6)$

16. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 2 만큼 평행이동한 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 이차함수의 식은 $y=-\frac{2}{3}(x+1)^2+2$ 이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -2)$ 이다.
③ 그래프는 $\left(0,\ \frac{4}{3}\right)$ 을 지난다.
④ 그래프는 모든 사분면을 지난다.
⑤ 그래프는 위로 볼록하다.

해설

$y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 2 만큼 평행이동하면 $y=-\frac{2}{3}(x+1)^2+2$ 이다.
따라서 꼭짓점의 좌표 $(-1,2)$ 이다.

17. $\sqrt{32}-2$ 와 $\sqrt{8}+3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2}+2$ 와 $\sqrt{3}-1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=7$

해설

$\sqrt{32}-2-\left(\sqrt{8}+3\right)<0$ 이므로

$\sqrt{32}-2<\sqrt{8}+3$

$\sqrt{2}+2-\left(\sqrt{3}-1\right)>0$ 이므로

$\sqrt{2}+2>\sqrt{3}-1$

두 수의 합은 $\sqrt{32}-2+\sqrt{2}+2=4\sqrt{2}+\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $a+b=7$ 이다.

18. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3+\sqrt{3},\ 2\sqrt{3}-1,\ 1+\sqrt{2},\ \sqrt{3}-2,\ 6-\sqrt{3}$

① $3+\sqrt{3}$　② $2\sqrt{3}-1$　③ $1+\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}-2$　⑤ $6-\sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$
$3+\sqrt{1}<3+\sqrt{3}<3+\sqrt{4}$
$\therefore\ 4<3+\sqrt{3}<5$
② $2\sqrt{3}-1=\sqrt{12}-1$
$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$
$\sqrt{9}-1<\sqrt{12}-1<\sqrt{16}-1$
$\therefore\ 2<\sqrt{12}-1<3$
③ $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$
$1+\sqrt{1}<1+\sqrt{2}<1+\sqrt{4}$
$\therefore\ 2<1+\sqrt{2}<3$
④ $\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4}<-\sqrt{3}<-\sqrt{1}$
$6-\sqrt{4}<6-\sqrt{3}<6-\sqrt{1}$
$\therefore\ 4<6-\sqrt{3}<5$
①과 ⑤를 비교해 보면
$3+\sqrt{3}-(6-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$
$\therefore\ 3+\sqrt{3}>6-\sqrt{3}$

19. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k, 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2+(k-1)x+m=0$ 의 해가 1 개가 되는 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(k-1)^2-4m=0$
$(k-1)^2=4m$ 이므로
$(k,\ m)=(3,1),\ (5,4)$
따라서 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

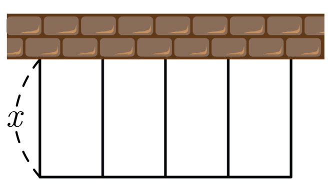
20. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A$(2, 0)$ 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$
④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 P(a, b) 라고 하면 $b > 0$ 이므로 ($\triangle$POA의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.
P$(a, 24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a < 0$ 일 때
$y = x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면
$24 = a^2,\ a = -2\sqrt{6}$
(ii) $a \geq 0$ 일 때
$y = 3x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면
$24 = 3a^2,\ a = 2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 P$(-2\sqrt{6}, 24)$ 또는 P$(2\sqrt{2}, 24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
$-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

21. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 닭장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 닭장의 넓이의 합의 최댓값은?



① 140m^2 ② 160m^2 ③ 180m^2

④ 200m^2 ⑤ 240m^2

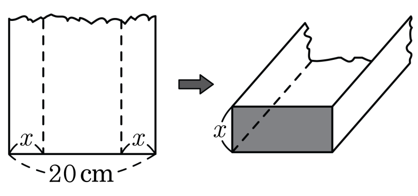
해설

닭장 한 개의 가로의 길이는 $\dfrac{60-5x}{4}$

닭장의 넓이의 합은 $x\left(\dfrac{60-5x}{4}\right)\times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore -5x^2+60x &= -5(x^2-12x+36)+180\\ &= -5(x-6)^2+180\end{aligned}$$

22. 그림과 같이 너비가 20 cm 인 철판의 양쪽을 접어 물받이를 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되게 하려면 높이를 몇 cm 로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

색칠한 부분의 넓이를 y라 하면

$y = x(20-2x)$

$= -2x^2 + 20x$

$= -2(x-5)^2 + 50$

따라서 높이는 5 cm 로 해야한다.

23. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a-b$ 는 항상 무리수이다.
㉡ $b=a-\sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.
㉢ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab=1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.
㉣ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.
㉤ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ $a=0$ 일 경우 $ab=0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.
㉤ $a=2$ 일 때, $b=\sqrt{2}$ 이면 $ab^2=2\cdot(\sqrt{2})^2=4$가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ㉣, ㉤ 이다.

24. 이차방정식 $x^2 + ax + 3a = 0$ 이 정수근을 가질 때, a 값들의 합을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$x^2 + ax + 3a = 0$ 에서 $x = \dfrac{-a \pm \sqrt{a^2 - 12a}}{2}$

x 는 정수이므로 $a^2 - 12a = k^2$

$a^2 - 12a + 36 = k^2 + 36$

$(a-6)^2 = k^2 + 36$

$(a-6)^2 - k^2 = 36$

$(a-6+k)(a-6-k) = 36$

$(a-6+k) + (a-6-k) = 2a - 12 = 2(a-6)$

곱이 36 이고 합이 짝수인 순서쌍을 나타내면

$a-6+k$	18	6	2	-2	-6	-18
$a-6-k$	2	6	18	-18	-6	-2
$2(a-6)$	20	12	20	-20	-12	-20
a	16	12	16	-4	0	-4

따라서 a 의 값의 합은 $16 + 12 + (-4) + 0 = 24$ 이다.

25. 원 위의 움직이는 점 P 와 점 Q 가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P 가 점 Q 보다 3 초 일찍 출발하여 P 가 출발한지 5 초 후에 두 점이 만나게 되고, P 가 출발한지 9 초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P 가 움직인 거리와 점 P 가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72 이다.)

▶ 답: 초

▷ 정답: $17 + 2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $s = a \times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b는 상수)
점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로
$10a + 2b = 72$
$18a + 18b = 144$
$\therefore\ a = 7,\ b = 1$
따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.
P 가 3 초 먼저 출발하므로
$14x = \frac{1}{2}(x-3)^2$
$x^2 - 34x + 9 = 0$
$x = 17 + 2\sqrt{70}$
따라서 구하는 시각은 출발한지 $17 \pm 2\sqrt{70}$ 초 후이다.