

1. $2 \leq \sqrt{x} < 3$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$ 는 $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$ 이므로 $4 \leq x < 9$ 이다. 따라서 자연수 x 는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

2. 다음 함수에서 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -5x^2$

② $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

④ $y = 4(x+2)^2 - 7$

⑤ $y = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 1$

해설

$-\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다.

3. 다음 식에서 안에 들어갈 알맞은 숫자로 짝지어진 것은?

(ㄱ) 제곱근 81 은 이다.

(ㄴ) $\sqrt{6^2}$ 은 와 같다.

- ① (ㄱ) ± 9 , (ㄴ) 6 ② (ㄱ) 9 , (ㄴ) 6 ③ (ㄱ) 9 , (ㄴ) ± 6
- ④ (ㄱ) 81 , (ㄴ) 6 ⑤ (ㄱ) 81 , (ㄴ) 6

해설

(ㄱ) 제곱근 81 $\rightarrow$ 81 의 양의 제곱근 $\rightarrow$ 9
(ㄴ) $\sqrt{6^2} = \sqrt{36} \rightarrow$ 36 의 양의 제곱근 $\rightarrow$ 6

4. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은?

① $-6ax - 2bx = -6x(a + 2b)$

② $ax^2 + ay = a(x + y)$

③ $a(x + y) - b(x + y) = (x + y) - ab$

④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x + 2y)(x - 2y)$

⑤ $x(2a - b) + 2y(2a - b) - z(2a - b) = (2a - b)(x - 2y) - z$

해설

① $-2x(3a + b)$

② $a(x^2 + y)$

③ $(x + y)(a - b)$

⑤ $(2a - b)(x + 2y - z)$

5. $x^2 + 6x + 11 - a = 0$ 이 하나의 근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D/4 = 3^2 - (11 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

6. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$2x^2 - 5x - 3 = 0$

- ① $\frac{3}{2}$
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ $-\frac{5}{2}$
- ④ $-\frac{7}{2}$
- ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

이를 이용하면 (두 근의 합) $= -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2}$ 이다.

7. $y = -3(x - 2)(x - 4)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -3(x - 2)(x - 4) \\&= -3(x^2 - 6x + 8) \\&= -3x^2 + 18x - 24 \\&= -3(x - 3)^2 + 3 \\x &= 3 \text{ 일 때, 최댓값은 } 3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x - 1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

9. 부등식 $\sqrt{7} \leq x < 3\sqrt{6}$ 을 만족하는 짝수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

$\sqrt{7} \leq x < 3\sqrt{6}$ 이므로 $7 \leq x^2 < 54$
따라서 $x = 3, 4, 5, 6, 7$ 이다.
그러므로 이를 만족하는 짝수는 4, 6이다.

10. $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} \\ &= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \\ \therefore a &= 2, b = -1 \\ \therefore a - b &= 2 - (-1) = 3 \end{aligned}$$

11. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분이 5 일 때, 자연수 x 의 값이 아닌 것은?

- ① 25 ② 27 ③ 31 ④ 34 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x} &= 5. \times \times \\ 5 \leq \sqrt{x} < 6 &\rightarrow 25 \leq x < 36\end{aligned}$$

12. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a , a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{8}$

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a = \sqrt{5} - 2$ 이고,

a 의 역수 $b = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화 시키면 $b = \sqrt{5} + 2$

이다.

$(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 식에

$a = \sqrt{5} - 2, b = \sqrt{5} + 2$ 를 대입하면

$(\sqrt{5}-2-1)x+2(\sqrt{5}+2+3)y+1=0$

정리하면 $(\sqrt{5}-3)x+2(\sqrt{5}+5)y+1=0$,

전개하면 $x\sqrt{5}-3x+2y\sqrt{5}+10y+1=0$ 이다.

(유리수)+(무리수)=0이므로

(유리수)=0, (무리수)=0이 되어야 한다.

$x\sqrt{5}+2y\sqrt{5}=0, -3x+10y+1=0$ 이므로

$x+2y=0, -3x+10y=-1$ 이다.

두 식 $x+2y=0, -3x+10y=-1$ 을 연립하여 풀면 $y = -\frac{1}{16}$

이다.

또, $x+2y=0$ 에 $y = -\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x = \frac{1}{8}$ 이다.

13. $5 - \sqrt{10}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{\sqrt{5}(b+3)}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① $3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{5} - 7\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{5} - 7\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} -4 < -\sqrt{10} < -3, \quad 1 < 5 - \sqrt{10} < 2 \\ a = 1, \quad b = 4 - \sqrt{10} \\ \frac{\sqrt{5}(b+3)}{a} &= \frac{\sqrt{5}(4 - \sqrt{10} + 3)}{1} \\ &= 7\sqrt{5} - 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

14. 다음 두 식의 공통인 인수를 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 - x - 15$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad (2x + 5)^2 - 3(2x + 5) + 2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 3$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad 6x^2 - x - 15 = (2x + 3)(3x - 5)$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad 2x + 5 = A \text{ 로 치환하면}$$

$$(\text{준식}) = A^2 - 3A + 2$$

$$= (A - 1)(A - 2)$$

$$= (2x + 5 - 1)(2x + 5 - 2)$$

$$= (2x + 4)(2x + 3)$$

$$= 2(x + 2)(2x + 3)$$

$\therefore$ 공통인 인수는 $2x + 3$ 이다.

15. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

16. $65 \times 63 + 66 \times 66 - 66 \times 64 - 64 \times 64$ 의 값을 구하면?

① 1

② 164

③ 131

④ 132

⑤ 140

해설

$$\begin{aligned} & (64 + 1) \times (64 - 1) + 66 \times (66 - 64) - 64^2 \\ &= 64^2 - 1 + 66 \times 2 - 64^2 \\ &= 132 - 1 = 131 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

18. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2$, x , $x+2$ 라 하면

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 + 8 = 251$$

$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

따라서 가장 큰 수는 11 이다.

19. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 점 $(2a, -a-5)$ 를 지날 때, 모든 a 의 값의 합은?

- ① -1 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$-a-5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

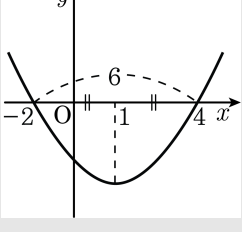
$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.

20. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 3
- ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

21. 이차함수 $y = -2x^2 + b(1-a)x + 3$ 은 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 최댓값은 b 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{34}{5}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2(x+1)^2 + b \\&= -2(x^2 + 2x + 1) + b \\&= -2x^2 - 4x - 2 + b \\-2 + b &= 3 \\\therefore b &= 5 \\b - ab &= -4, \quad 5 - 5a = -4 \\-5a &= -9 \\\therefore a &= \frac{9}{5} \\\therefore a + b &= \frac{9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{34}{5}\end{aligned}$$

22. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$,
 $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} \\ &= 14 \div 2 + 9 \\ &= 7 + 9 = 16 \\ y &= 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} \\ &= 2 \times 16 - 15 \\ &= 32 - 15 = 17 \\ z &= \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7 \\ \text{따라서 } x + y + 10z &= 16 + 17 + 7 = 40 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

23. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7 개)

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

25. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면

$$a^2 - 3a + 1 = 0 \text{에서 } a^2 - 3a = -1$$

$$b^2 - 2b - 7 = 0 \text{에서 } b^2 - 2b = 7$$

$$\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$$