

1. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식)=0 이 되어야 한다.

$3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p = 0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면

$$3x^2 - 6x + 3 - p = 0$$

$$D/4 = 9 - 3(3 - p) = 0 \quad \therefore p = 0$$

2. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

① $k \leq 1$

② $k \leq 2$

③ $k \leq 3$

④ $k \geq 1$

⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

3. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 36 의 음의 제곱근 $\rightarrow -6$

㉡ 5 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{5}$

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 4$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 9$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow 4$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$

4. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $\sqrt{37} - 1 < 6$

㉡ $\sqrt{2} + 4 < \sqrt{3} + 4$

㉢ $-\sqrt{(-3)^2} + 2 > -\sqrt{10} - 1$

㉣ $\frac{1}{2} < \frac{1}{\sqrt{2}}$

㉤ $4 - \sqrt{2} > 2 + \sqrt{2}$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{\text{㉤}} \quad & 4 - \sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{8} < 0 \\ \therefore & 4 - \sqrt{2} < 2 + \sqrt{2} \end{aligned}$$

5. $(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 는 x 와 y 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해 된다. 이 때, 두 일차식의 합은?

① 0

② $x + y - 1$

③ $2x + 2y - 3$

④ $3x - 3$

⑤ $3x - 5$

해설

$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y)$ 의 공통인수는 $2x-y$ 이므로

$$(2x-y)(x+y) - 3(2x-y) = (2x-y)(x+y-3)$$

따라서 두 일차식 $2x-y$ 와 $x+y-3$ 의 합은 $3x-3$ 이다.

6. $\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = \square a^2 + \square ab + \frac{1}{4}b^2$ 일 때, $\square$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(2a + \frac{1}{2}b\right)^2 = 4a^2 + 2ab + \frac{1}{4}b^2$$

$$\therefore 4 + 2 = 6$$

7. 이차방정식 $x^2 - 10x + a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하면?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

해설

$$\frac{D}{4} = (-5)^2 - (a - 5) = -a + 30 = 0, \quad a = 30$$

8. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 k 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 7 개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$\therefore$ 5 개

9. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$

㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉡} \quad -\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3|a| = 3a$$

$$\textcircled{㉣} \quad -\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5|a| = 5a$$

10. $\sqrt{78+a} = b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$78 + a = 9^2 = 81$$

$$\therefore a = 3, b = 9$$

$$\therefore a + b = 12$$

11. $4 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{a+b-1+\sqrt{2}}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } 2 < 4 - \sqrt{2} < 3,$$

$$a = 2, b = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2},$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{2 + 2 - \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

12. 이차식 $x^2 + Ax + B$ 를 인수 분해하는데 준식이는 일차항의 계수를 잘못 보아 $(x + 4)(x + 3)$ 이 되었고, 효진이는 상수항을 잘못 보아 $(x + 1)(x + 7)$ 이 되었다. 다음 중 $x^2 + Ax + B$ 를 옳게 인수 분해한 것은?

- ① $(x + 2)(x + 6)$ ② $(x + 1)(x + 6)$ ③ $(x - 2)(x - 6)$
④ $(x - 1)(x - 6)$ ⑤ $(x + 3)(x + 4)$

해설

준식이는 $x^2 + 7x + 12$ 에서 상수항 12 를 맞게 보았고,
효진이는 $x^2 + 8x + 7$ 에서 x 의 계수 8 을 맞게 보았다.
따라서 주어진 이차식은 $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

13. 식 $xy + bx - ay - ab$ 을 인수분해하면?

① $(x - a)(y - b)$

② $(x - a)(y + b)$

③ $(x + a)(y - b)$

④ $(x + a)(y + b)$

⑤ $(x - b)(y - a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(y + b) - a(y + b) \\ &= (x - a)(y + b)\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$x = 2 \text{ 일 때, } b = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

15. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

16. 이차함수 $y = 3x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 3x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이므로

$$y = 3(x - 2)^2 + 4 = 3x^2 - 12x + 16$$

$$\therefore m = -12, n = 16, m + n = -12 + 16 = 4$$

17. 이차함수 $y = x^2 + 8x + n$ 의 그래프가 제4 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 n 의 범위를 구하면?

① $m > -16$

② $-16 \leq n < 0$

③ $n \geq 0$

④ $0 \leq n < 16$

⑤ $n < 16$

해설

$$y = x^2 + 8x + n = (x + 4)^2 - 16 + n$$

꼭짓점이 제3 사분면에 있고, y 절편이 양수이어야 하므로

$$n \geq 0, -16 + n < 0$$

$$\therefore 0 \leq n < 16$$

18. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1), y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

19. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -3 을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0

② -2

③ -4

④ -3

⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -3 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = -1$$

$$\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$$

20. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{9}$

해설

$$y = a(x - 3)^2 - 1$$

$$9a - 1 = 0 \therefore a = \frac{1}{9}$$

$$y = \frac{1}{9}(x^2 - 6x + 9) - 1$$

$$y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x$$

$$a = \frac{1}{9}, b = -\frac{2}{3}, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{5}{9}$$

21. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x , $x + 10$ 이라고 하면

$$y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$$

$x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.

따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

22. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b \end{aligned}$$

23. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

① $-4b(a - 3)$

② $-4a(b + 3)$

③ $-8b(a + 3)$

④ $-4a(b - 3)$

⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2 \\ &= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\} \\ & \quad \{(a - b + 3) - (a + b + 3)\} \\ &= (-2b)(2a + 6) \\ &= -4b(a + 3) \end{aligned}$$

24. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$

25. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.