

1. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

2. x 는 468의 소인수일 때, x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$468 = 2^2 \times 3^2 \times 13$ 이므로 소인수는 2, 3, 13
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

3. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 2$
- ▷ 정답 : $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 1$ 일 때이다.

4. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B 의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.
100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

5. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

6. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6 이다.

7. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉣ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

8. $2^5 = a$, $3^b = 243$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 16$, $b = 4$ ② $a = 16$, $b = 5$ ③ $a = 32$, $b = 4$

④ $a = 32$, $b = 5$ ⑤ $a = 32$, $b = 6$

해설

$2^5 = 32$, $3^5 = 243$ 이므로 $a = 32$, $b = 5$ 이다.

9. 108 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 곱해야할 가장 작은 자연수는 3

10. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 순서대로 나열한 것은?

보기

㉠ $2^5 \times 3$	㉡ $2^4 \times 5^2$
㉢ $2 \times 3 \times 7$	㉣ $2 \times 3 \times 5 \times 11$
㉤ $3^2 \times 5^3 \times 7$	

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
- ② ㉡, ㉢, ㉠, ㉤, ㉣
- ③ ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ④ ㉢, ㉡, ㉤, ㉣, ㉠
- ⑤ ㉣, ㉠, ㉤, ㉡, ㉢

해설

㉠ 12 개 ㉡ 15 개 ㉢ 8 개 ㉣ 16 개 ㉤ 24 개
따라서 ㉢, ㉠, ㉡, ㉣, ㉤ 순서이다.

11. 자연수 864 의 약수의 개수와 $2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수가 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$864 = 2^5 \times 3^3$ 이므로

약수의 개수는 $(5 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

$2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는

$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (n + 1) = 6 \times (n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 24$ 이므로 $n + 1 = 4$

$\therefore n = 3$

12. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명)이다.

13. 가로와 세로의 길이가 각각 200cm, 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남은 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$

14. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

15. 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C 가 있다. 점 A 는 한 바퀴 도는데 6 초가 걸리고, 점 B 는 1 분에 30 바퀴, 점 C 는 1 분에 12 바퀴를 돈다고 한다. 세 점 A, B, C 가 동시에 원주 위의 점 P 를 통과한 후, 15 분 동안 동시에 점 P 를 몇 번 통과 하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 30 번

해설

한 바퀴 도는데 A 는 6 초, B 는 $\frac{1}{30}$ 분 (=2 초), C 는 $\frac{1}{12}$ 분 (=5 초)가 걸린다.

그러므로 점 P 에서 동시에 출발한 후 처음으로 점 P 를 통과하는 데는 6, 2, 5 의 최소공배수인 30 초가 걸린다.

따라서 점 P 를 15 분, 즉 900 초 동안 동시에 통과하는 횟수는 $900 \div 30 = 30$ (번)이다.

16. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ㉢ 20 바퀴
④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

17. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는
수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

18. a 이상 b 이하의 자연수 중에서 2 와 3 의 배수이면서 5 의 배수가 아닌 자연수의 갯수를 $n(a, b)$ 로 나타낸다. $n(100, b) = 1000$ 일 때, $n(1, b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1013

해설

$n(1, b) = n(1, 99) + n(100, b)$ 에서

$n(1, 99) = 16 - 3 = 13$

$\therefore n(1, b) = 13 + 1000 = 1013$

19. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

20. $(x-1):y=3:4$ 일 때, x,y 의 최소공배수가 56 이다. x,y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1):y=3:4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x,y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는 x,y 의 값은 $x=7, y=8$ 이다.

$$\therefore (x,y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$