

1. 다항식 $x^2 - 5x - 6$ 과 $2x^2 - 3x - 5$ 의 공통인 인수는 다음 중 어느 것인가?

① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 6$ ④ $x - 5$ ⑤ $x + 6$

해설

$$x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

$$2x^2 - 3x - 5 = (2x - 5)(x + 1)$$

따라서 두 식의 공통인 인수는 $x + 1$ 이다.

2. $x^2 - 2xy - 1 + y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - y + 1)(x - y - 1)$ ② $(x + y + 1)(x + y - 1)$
③ $(x - y + 1)(x + y - 1)$ ④ $(x - y - 1)(x + y - 1)$
⑤ $(x + y + 1)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xy - 1 + y^2 &= (x^2 - 2xy + y^2) - 1 \\&= (x - y)^2 - 1^2 \\&= (x - y + 1)(x - y - 1)\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 10x + a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하면?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

해설

$$\frac{D}{4} = (-5)^2 - (a - 5) = -a + 30 = 0, \quad a = 30$$

4. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

5. x 에 대한 이차식 $(3x+2+a)(3x+2a-4)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

해설

$$2+a=2a-4$$

$$-a=-6$$

$$\therefore a=6$$

6. $0 < x < 7$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25}$ 를 간단히 하면?

① $-2x + 3$

② $2x + 1$

③ $-2x - 5$

④ $3x - 1$

⑤ $-3x + 1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 16x + 64} - \sqrt{x^2 + 10x + 25} \\ &= \sqrt{(x - 8)^2} - \sqrt{(x + 5)^2} \\ &= |x - 8| - |x + 5| \\ &= -x + 8 - x - 5 = -2x + 3 \end{aligned}$$

7. 다음 $\square$ 안에 알맞은 수가 다른 하나는?

① $9x^2 + 6x + 1 = (\square x + 1)^2$

② $2x^2 + 7x + \square = (2x + 1)(x + 3)$

③ $16x^2 - 9y^2 = (4x + \square y)(4x - 3y)$

④ $4x^2 - 12x + 9 = (2x - \square)^2$

⑤ $x^2 - \square x + 3 = (x - 1)(x - 3)$

해설

①, ②, ③, ④의 $\square$ 는 3 이고
⑤은 4 이다.

8. 넓이가 $4x^2 + 13x + 3$ 이고 높이가 $4x + 1$ 인 평행사변형의 밑변의 길이는?

① $x + 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 3$ ④ $x + 4$ ⑤ $x + 5$

해설

$4x^2 + 13x + 3 = (x + 3)(4x + 1)$
따라서 밑변의 길이는 $x + 3$ 이다.

9. 다음 보기 중에서 $2a^3 - a^2b - 3ab^2$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

☐ a	☐ $a - b$	☐ $a + b$
☐ $2a - b$	☐ $2a + 2b$	☐ $2a - 3b$

- ☐ ① ☐ $\text{㉑}, \text{㉒}$
- ☐ ② ☐ $\text{㉑}, \text{㉑}, \text{㉒}$
- ☐ ③ ☐ $\text{㉒}, \text{㉒}$
- ☒ ④ ☐ $\text{㉑}, \text{㉑}, \text{㉒}$
- ☐ ⑤ ☐ $\text{㉑}, \text{㉒}, \text{㉒}$

해설

$$2a^3 - a^2b - 3ab^2 = a(2a^2 - ab - 3b^2)$$
$$= a(2a - 3b)(a + b)$$

따라서 인수는 $\text{㉑}, \text{㉑}, \text{㉒}$ 이다.

10. $(x^2 - x)^2 - 18(x^2 - x) + 72$ 를 일차식의 곱으로 나타내었을 때, 일차식들의 합은?

① 9

② $2x + 3$

③ $x + 3$

④ $4x - 2$

⑤ $2(x - 3)$

해설

$x^2 - x = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 18t + 72 = (t - 6)(t - 12)$$

$$= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 12)$$

$$= (x + 2)(x - 3)(x + 3)(x - 4)$$

$$\therefore (x + 2) + (x - 3) + (x + 3) + (x - 4) = 4x - 2$$

11. $ab + 5a - 4b - 30 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0, b > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$\begin{aligned} ab + 5a - 4b - 30 &= 0 \\ a(b + 5) - 4(b + 5) + 20 - 30 &= 0 \\ (a - 4)(b + 5) - 10 &= 0 \\ (a - 4)(b + 5) &= 10 \\ a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } b + 5 &> 5 \\ a - 4 = 1, b + 5 &= 10 \\ \therefore a = b &= 5 \end{aligned}$$

12. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2=(x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$

$$11^2=105+a$$

$$\therefore a=16$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,

$$3p^2 - 14p + 8 = 0, \quad -8 = 3p^2 - 14p$$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 8a = 0$ 의 한 근이 8 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ a 의 값은 6 이다.
- ㉡ 다른 한 근을 b 라고 하면, $a + b = 8$ 이다.
- ㉢ 다른 한 근은 음수이다.
- ㉤ 다른 한 근은 $8x - 16 = 0$ 의 근이다.
- ㉥ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $p = -6$, $q = 4$ 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

주어진 한 근 $x = 8$ 을 대입하면
 $64 - 24a + 8a = 0$
 $\therefore a = 4$
따라서 주어진 식은 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $(x - 4)(x - 8) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = 8$
㉠ $a = 4$ ㉢ $8 > 0$ ㉤ $8 \times 4 - 16 \neq 0$ 이므로 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

19. $f(x) = x(x - 5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}x(x - 5) + 4 &= 0 \\x^2 - 5x + 4 &= 0 \\(x - 1)(x - 4) &= 0 \\\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4\end{aligned}$$

20. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - p = 0$, $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 12 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $p = 15$, $q = -1$
 $\therefore p - q = 16$

21. 이차방정식 $(x+7)(x-5)=7$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타낼 때, pq 의 값을 구하면? (단, p, q 는 상수이다.)

① 43 ② 45 ③ 47 ④ 49 ⑤ 51

해설

$$(x+7)(x-5)=7, \quad x^2+2x-35=7$$

$$x^2+2x=42, \quad (x+1)^2=43$$

$$p=1, \quad q=43$$

$$\therefore pq=43$$

22. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.
- ㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.
- ㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.
- ㉣ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$
㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.
㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.
㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.
㉣ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

23. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 양의 근을 구하면?

① $2 + \sqrt{7}$

② $2 \pm \sqrt{7}$

③ $2 - \sqrt{7}$

④ $-2 + \sqrt{7}$

⑤ $-2 \pm \sqrt{7}$

해설

근의 공식 (깍수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 3}}{1} = 2 \pm \sqrt{7}$$

따라서 양의 해는 $2 + \sqrt{7}$ 이다.

24. 이차방정식 $\frac{(x-2)(x+1)}{2} = \frac{x(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, α^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 6을 곱하여 정리하면

$$3(x-2)(x+1) = 2x(x+1)$$

$$3(x^2 - x - 2) = 2x^2 + 2x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x-6)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = -1 \text{ 이므로 } \alpha^2 = 1$$

25. 이차방정식 $2x^2 + (4a^2 - 2a - 6)x + a + \frac{1}{2} = 0$ 의 두 근 α, β 의 조건이 다음과 같을 때, a 의 값은?

- i) 두 근의 절댓값이 같다.
ii) 두 근의 곱이 0 보다 작다.

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

i) 에서 (두 근의 합)= 0 이므로
 $2a^2 - a - 3 = 0$
 $(2a - 3)(a + 1) = 0$
 $a = -1, a = \frac{3}{2}$
ii) 에서 두 근의 곱 $a + \frac{1}{2} < 0$ 이므로 $a < -\frac{1}{2}$
 $\therefore a = -1$

26. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 99 만큼 작아졌다. 원래 구해야 될 값은?

① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

해설

어떤 수를 x 라고 하여 식을 세우면

$$x^2 = 2x + 99$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

$$(x - 11)(x + 9) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -9$$

x 는 자연수이므로 11

$$x^2 = 11^2 = 121 \text{ 이다.}$$

27. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

- ① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

28. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

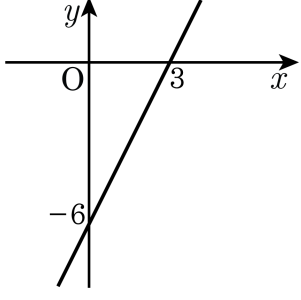
$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

29. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.
두 근을 각각 α, β 라 할 때,
두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로
$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

30. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

31. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 44 \text{이므로}$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n+9)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 \text{ } (\because n > 0)$$

32. 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 할 때, 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되는 경우의 수는 얼마인지 구하여라. (단, 중근은 두 근으로 본다.)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 7개

해설

이차방정식의 정수근을 α, β 라 하면,

$$x^2 - ax + b = (x - \alpha)(x - \beta)$$

 $a = 2$ 일 때, $b = 1$ $a = 3$ 일 때 $b = 2$

$a = 4$ 일 때 $b = 3, 4$

$a = 4$ 일 때, $b = 3, 4$

$a = 5$ 일 때, $b = 4, 6$

$a = 6$ 일 때 $b = 5$

$a = 6$ 일 때, $b = 5$
 그러므로 두 개의 모든 점까지 가는 수의 차이

그러므로 두 근이 모두 정수가 되는 순서쌍은
 $(2, 1), (3, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 4), (5, 6), (6, 5)$ 의 7개이다.

33. 세 이차방정식 $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$ 의 실근의 개수는 각각 a , b , c 이다. $a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 일 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$a^2+b^2+c^2=2a+2b+2c-3$ 에서
 $(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0$ 이므로 $a=1$, $b=1$, $c=1$
즉, $px^2+qx+1=0$, $qx^2+2(p+1)x+q=0$, $px^2+2qx+r=0$
이 모두 중근을 가지므로

$$D=q^2-4p=0, q^2=4p \cdots \textcircled{A}$$

$$D=(p+1)^2-q^2=0, p^2+2p+1-q^2=0 \cdots \textcircled{B}$$

$$D=q^2-pr=0, q^2=pr \cdots \textcircled{C}$$

①과 ③에 의하여

$$p^2+2p+1-4p=0, (p-1)^2=0$$

$$\therefore p=1, q=\pm 2, r=4$$

$$\therefore p^2+q^2+r^2=1+4+16=21$$

34. 10 보다 작은 자연수 a, b, c 에 대하여 이차방정식 $ax^2 - bx + 3c = 0$ 의 두 근 p, q 가 $2 \leq p < 3 < q \leq 4$ 를 만족할 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$ax^2 - bx + 2c = 0 \text{ 에서 } p + q = \frac{b}{a}, pq = \frac{3c}{a}$$

한편 $2 \leq p < 3 < q \leq 4$ 에서

$$5 < p + q < 7$$

$$\therefore 5 < \frac{b}{a} < 7$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } 5a < b < 7a$$

a, b 는 10 보다 작은 자연수이므로

$$a = 1, b = 6$$

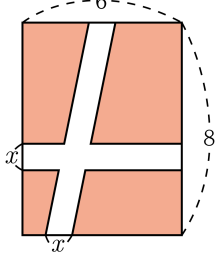
따라서 $pq = 3c$ 이다.

$$6 < pq < 12 \text{ 이므로 } 6 < 3c < 12$$

c 는 10 보다 작은 자연수이므로 $c = 3$

$$\therefore 2a - b + c = 2 - 6 + 3 = -1$$

35. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\ &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\ &= 35\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 14x + 13 &= 0 \\ \therefore (x-1)(x-13) &= 0 \\ \text{그런데 } 0 < x < 6 \text{ 이므로 } x &= 1 \text{ 이다.}\end{aligned}$$