

1. 점 $(4, 6)$ 을 지나고, x 축에 평행한 직선을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 6$

해설

점 $(4, 6)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이므로
 $y = 6$

2. 두 직선 $y = 2x + 3$, $y = mx - 5$ 이 서로 수직일 때, m 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

두 직선 $y = mx + b$, $y = m'x + b'$ 에 대하여
두 직선이 수직 $\Leftrightarrow m \cdot m' = -1$
두 직선 $y = 2x + 3$, $y = mx - 5$ 이 서로 수직이므로
기울기의 곱이 -1 이다.
 $2 \times m = -1$, 즉 $m = -\frac{1}{2}$

3. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

4. 직선 $(1 + k)x + (k - 1)y = 2k$ 에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k = 0$ 일 때, 직선 $y = x$ 와 일치한다.
- ㉡ $k \neq 0$ 일 때, 직선 $y = -x + 2$ 와 일치한다.
- ㉢ k 의 값에 관계없이 점 $(1, 1)$ 을 지난다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $k = 0$ 이면 주어진 직선은 $x - y = 0$ 으로 $y = x$ 와 일치한다.
㉡ $k \neq 1$ 이면 주어진 직선은 $y = -\frac{k+1}{k-1}x + \frac{2k}{k-1}$ 이므로 $k \neq 0$ 일 때 $y = -x + 2$ 와 일치한다고 할 수 없다.
㉢ 주어진 식을 k 에 관하여 정리하면 $(x + y - 2)k + (x - y) = 0$
 $x + y - 2 = 0$,
 $x - y = 0$ 이면 k 값에 관계없이 주어진 식이 성립한다.
즉 k 값에 관계없이 $(1, 1)$ 을 지난다.

5. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답 ▶ ○

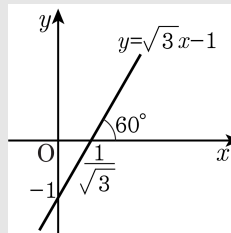
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60 °

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1 , x 축의 양의 방
향과 이루는 각 60°



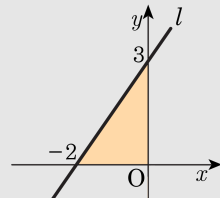
6. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

7. 곡선 $y = x^3$ 위의 서로 다른 세 점 A, B, C의 x 좌표를 각각 a, b, c 라고 한다. 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

- ① $a + b + c = 0$ ② $a + b + c = 1$ ③ $abc = 1$
④ $a + c = 2b$ ⑤ $ac = b^2$

해설

서로 다른 세 점 $A(a, a^3)$, $B(b, b^3)$, $C(c, c^3)$ 이 일직선 위에 있으므로 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기는 같다.

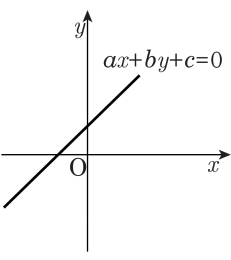
$$\therefore \frac{b^3 - a^3}{b - a} = \frac{c^3 - a^3}{c - a}$$

$$\text{즉, } b^2 + ab + a^2 = c^2 + ac + a^2$$

$$(b - c)(a + b + c) = 0 \text{ 에서 } b \neq c \text{ 이므로}$$

$$a + b + c = 0$$

8. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로
주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$
y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$
두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$
마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은
 $y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,
기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$
y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$
이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

9. 두 직선 $2x + y - 7 = 0$, $3x + 2y - 12 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $8x + 5y = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = -\frac{5}{8}x + \frac{5}{31}$ ② $y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$ ③ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{5}$
④ $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{11}$ ⑤ $y = -\frac{5}{3}x + \frac{11}{31}$

해설

$$2x + y - 7 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$3x + 2y - 12 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : x = 2, y = 3$$

$$\therefore \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{의 교점} : (2, 3)$$

$$\text{구하는 직선의 기울기는 } -\frac{8}{5}$$

$$\left(\because y = -\frac{8}{5}x \text{ 와 평행하다. } \right)$$

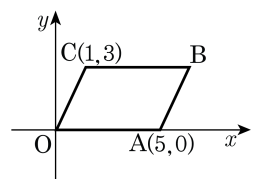
$$\therefore \text{구하는 직선은 기울기 } -\frac{8}{5} \text{ 이고}$$

$$(2, 3) \text{ 을 지나므로}$$

$$y - 3 = -\frac{8}{5}(x - 2)$$

$$\therefore y = -\frac{8}{5}x + \frac{31}{5}$$

10. 다음 평행사변형 OABC 에서 A 와 C 의 좌표가 각각 (5, 0), (1, 3) 일 때, 두 점 A,B 를 지나는 직선의 y 절편은?



- ① -6 ② -9 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

해설

평행사변형의 두 변 OC 와 AB 는 서로 평행하므로 직선 OC 와 직선 AB 의 기울기는 같다.

따라서, 직선 AB 는 기울기가 3 이고 점 (5, 0) 을 지나는 직선이다.

$$y - 0 = 3(x - 5), y = 3x - 15$$

따라서 (y 절편) = -15 이다.

11. 직선 $(a+2)x - y - a + b = 0$ 이 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고 y 절편이 4 일 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = (a+2)x - a + b$ 에서
기울기 $= a+2 = \tan 45^\circ = 1$
 $\therefore a = -1$
 y 절편 $-a + b = 4$
 $\therefore b = 3$
 $\therefore a + b = 2$

12. 다음 중 직선의 방정식을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

- ㉠ 점 $(0, 5)$ 를 지나고, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 60° 인 직선 $\rightarrow y = x + 5$
- ㉡ 두 점 $A(1, -1)$, $B(-1, 3)$ 을 지나는 직선 $\rightarrow y = -2x + 1$
- ㉢ x 절편이 2 , y 절편이 -2 인 직선 $\rightarrow y = 2x - 2$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ (기울기) $=\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이고 y 절편이 5 이므로 $y = \sqrt{3}x + 5$
- ㉡ $y + 1 = \frac{3 - (-1)}{-1 - 1}(x - 1)$, $\therefore y = -2x + 1$
- ㉢ $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1$, $\therefore y = x - 2$
- 따라서 직선의 방정식을 바르게 구한 것은 ㉡뿐이다.

13. 직선 $x+ay-1=0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$\therefore$ 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$

14. x, y 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 3xy + ay^2 - 2x + 9y + b = 0$ 이 직교하는 두 직선의 곱을 나타낼 때, ab 를 구하면?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

해설

준식이 나타내는 두 직선을
 $px + qy + r = 0 \cdots \textcircled{㉠}$,
 $p'x + q'y + r' = 0 \cdots \textcircled{㉡}$ 이라 하자.
 $\textcircled{㉠}$ 과 $\textcircled{㉡}$ 은 서로 직교하므로
 $pp' + qq' = 0$ 이다.
(준식) $= (px + qy + r)(p'x + q'y + r') = 0$ 의
전개식에서 x^2 의 계수와 y^2 의 계수의 합은
 $pp' + qq' = 0$ 이므로 $a + 2 = pp' + qq' = 0$
 $\therefore a = -2$
 $a = -2$ 를 준식에 대입하여 정리하면
(준식)
 $= 2x^2 - (3y + 2)x + (-2y^2 + 9y + b) = 0 \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉢}$ 이 두 직선의 곱을 나타내므로
 $\textcircled{㉢}$ 의 판별식 $D_1 = (3y + 2)^2 - 8(-2y^2 + 9y + b)$
 $= 25y^2 - 60y + (4 - 8b) \cdots \textcircled{㉣}$ 이 완전제곱식이다.
따라서 $\textcircled{㉣}$ 의 판별식 $\frac{D_2}{4}$ 는 0이다.
 $\frac{D_2}{4} = 30^2 - 25(4 - 8b) = 0$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore ab = (-2) \cdot (-4) = 8$

15. 두 점 A(1, 3), B(4, 0) 을 지나는 직선에 수직이고 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

직선 AB 의 기울기는 $\frac{0-3}{4-1} = -1$ 이므로

직선 AB 에 수직인 직선의 기울기는 1 이다.

또, 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1 \times 4 - 2 \times 1}{1 - 2}, \frac{1 \times 0 - 2 \times 3}{1 - 2}\right)$, 즉 (-2, 6)

따라서 구하는 직선은 기울기가 1 이고

점 (-2, 6) 을 지나므로

$y - 6 = 1 \cdot (x + 2)$, $y = x + 8$

$a = 1$, $b = 8$ $\therefore a + b = 9$

16. 직선 $x + ay + 1 = 0$ 이 직선 $2x + by + 1 = 0$ 에 수직이고 직선 $x - (b - 1)y - 1 = 0$ 과 평행할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x + ay + 1 = 0, 2x + by + 1 = 0$ 이 서로 수직이므로

$$1 \cdot 2 + a \cdot b = 0 \quad \therefore ab = -2 \cdots \textcircled{㉠}$$

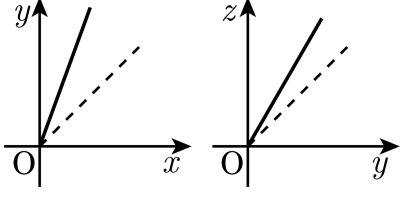
두 직선 $x + ay + 1 = 0, x - (b - 1)y - 1 = 0$ 이 서로 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{1-b} \neq \frac{1}{-1} \quad \therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에서 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

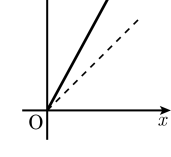
$$\therefore 1 - 2 \cdot (-2) = 5$$

18. 세 변수 x, y, z 에 대하여 아래의 두 그래프(실선)는 각각 x 와 y, y 와 z 사이의 관계를 나타낸 것이다.

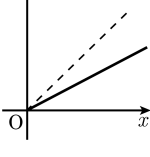


이때, x 와 z 사이의 관계를 그래프로 나타내면? (단, 점선은 원점을 지나고 기울기가 1 인 직선이다.)

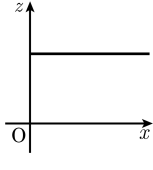
①



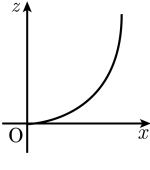
②



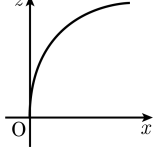
③



④



⑤



해설

주어진 그래프에서 x, y, z 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y = ax(a > 1), z = by(b > 1)$
 $\therefore z = b(ax) = abx \ (ab > 1)$
 따라서, $z = abx$ 의 그래프는 보기의 ①과 같다.

19. 두 직선 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이고, 직선 $x = 2$ 와 만나는 두 점을 P, Q라 할 때, P, Q의 중점이 $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ 이다. 이때, $|a - b|$ 의 값은?
(단, $a > 0, b < 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 4

해설

$P(2, 2a), Q(2, 2b)$
 $\therefore$ P, Q의 중점 : $\left(\frac{2+2}{2}, \frac{2a+2b}{2}\right) = \left(2, \frac{3}{2}\right)$
 $\Rightarrow a + b = \frac{3}{2} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $y = ax$ 와 $y = bx$ 가 서로 수직이므로
 $a \times b = -1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\therefore (a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$ 이므로
 $(a - b)^2 = \frac{9}{4} + 4$
 $\Rightarrow a - b = \frac{5}{2} \quad (\because a > 0, b < 0)$

20. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a

의 값을 구하면?

- ① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$
 ④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x-3y=-4 & \cdots \textcircled{B} \\ ax+y=0 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(1, 2)$ 이다.

(i) $\textcircled{C}$ 이 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$

(ii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{A}$ 과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$

(iii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{B}$ 과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$$a=-2 \text{ 또는 } a=\frac{1}{2}$$

$$\text{또는 } a=-\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$