

1. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

2. 49의 소인수와 42의 소인수를 모두 구한 것은?

- ① 2, 3, 7 ② 2, 3, 7^2 ③ 7^2 , 21
④ 2, 7, 21 ⑤ 6, 7

해설

$49 = 7^2$ 이므로 49의 소인수는 7,
 $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로 42의 소인수는 2, 3, 7이다.
따라서 두 수의 소인수를 모두 구하면, 2, 3, 7이다.

3. 60 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

4. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

5. 다음 보기의 수에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\frac{6}{5}$

㉡ 4

㉢ -5.1

㉣ 0

㉤ $\frac{12}{3}$

㉥ 3.7

㉦ -9

- ① 양수의 개수는 3 개이다.
- ② 음수의 개수는 3 개이다.
- ③ 정수가 아닌 유리수는 2 개이다.
- ④ 정수의 개수는 3 개이다.
- ⑤ 유리수의 개수는 7 개이다.

해설

③ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{6}{5}$, -5.1, 3.7 의 3 개이다.

④ 정수의 개수는 4, 0, $\frac{12}{3}(= 4)$, -9 의 4 개이다.

6. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $-\frac{1}{2} > \left|-\frac{1}{3}\right|$

② $-\frac{3}{4} > \left|+\frac{4}{5}\right|$

③ $\left|-\frac{5}{6}\right| > \frac{2}{3}$

④ $0 > \left|-\frac{4}{7}\right|$

⑤ $\left|-\frac{6}{5}\right| > \left|+\frac{5}{4}\right|$

해설

① $-\frac{1}{2} < \left|-\frac{1}{3}\right|$

② $-\frac{3}{4} < \left|+\frac{4}{5}\right|$

④ $0 < \left|-\frac{4}{7}\right|$

⑤ $\left|-\frac{6}{5}\right| < \left|+\frac{5}{4}\right|$

7. 다음 중 틀린 것은?

① x 는 2 이상 3 미만이다 $\Rightarrow 2 \leq x < 3$

② x 는 -1 초과 5 이하이다 $\Rightarrow -1 < x \leq 5$

③ x 는 1 미만 0 초과이다 $\Rightarrow 0 < x < 1$

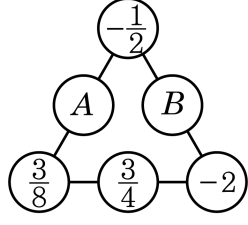
④ x 는 0 이상 4 미만이다 $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

⑤ x 는 -3 초과 4 미만이다 $\Rightarrow -3 < x < 4$

해설

x 는 0 이상 4 미만이다. $\Rightarrow 0 \leq x < 4$

8. 다음 그림에서 세 변에 놓인 세 수의 합이 모두 같아지도록 A, B 에 알맞은 수를 써넣어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -\frac{3}{4}$

▷ 정답 : $B = \frac{13}{8}$ 또는 $+\frac{13}{8}$

해설

맨 아래의 줄의 합을 구하면

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - 2 = \frac{3}{8} + \frac{6}{8} - \frac{16}{8} = -\frac{7}{8}$$

$$A + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{8} = -\frac{7}{8}$$

$$A = -\frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{6}{8}$$

$$\therefore A = -\frac{3}{4}$$

$$B + \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) = -\frac{7}{8}$$

$$B = -\frac{7}{8} + \frac{4}{8} + \frac{16}{8} = \frac{13}{8}$$

$$\therefore B = \frac{13}{8}$$

9. 810의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$$

$$\therefore x = 4$$

10. A 가 12의 약수의 모임이고, B 가 어떤 수의 약수의 모임이다. A 와 B 의 공통된 수가 1일 때, 어떤 수 중 30보다 작은 자연수는 몇 개인가?

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12와 어떤 수의 공약수가 1, 즉 서로소이므로

어떤 수는 30미만의 자연수 중 2와 3의 배수가 아닌 수이므로
1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 10개이다.

11. 사탕 24 개와 초콜릿 36 개모두를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있겠는가?

① 12 명 ② 10 명 ③ 8 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

24 와 36 의 최대공약수는 12 이다

12. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.
- ① 70cm ② 80cm ③ 90cm
- ④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

2) 16 20 8

2) 8 10 4

2) 4 5 2

2 5 1

∴ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$

13. $-\frac{7}{5}$ 이상 3 이하인 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$-\frac{7}{5}$ 이상 3 이하인 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 이므로 5 개이다.

14. 수직선 위의 9에 대응하는 점을 A , -2 에 대응하는 점을 B 라 할 때, 두 점 A , B 에서 같은 거리에 있는 한 점이 나타내는 수를 구하여라.

① 2.5 ② 3.5 ③ 4 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

수직선 위에서 9와 -2 사이의 거리는 $9 - (-2) = 11$ 이므로 두 점 A , B 에서 같은 거리에 있는 한 점이 나타내는 수는 -2 보다 $11 \div 2 = 5.5$ 만큼 큰 수 또는 9보다 $11 \div 2 = 5.5$ 만큼 작은 수이다.

$$\therefore -2 + 5.5 = 3.5$$

15. 다음을 계산한 결과로 올바른 것은?

$$(-2.5) \times \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times (-3.6)$$

- ① $\frac{21}{20}$
- ② $\frac{27}{20}$
- ③ $-\frac{21}{20}$
- ④ $-\frac{23}{20}$
- ⑤ $-\frac{27}{20}$

해설

$$\left(-\frac{5}{2}\right) \times \left(+\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{18}{5}\right) = -\frac{27}{20}$$

16. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-3)^2 \times (-1) = -9$

② $-3^2 \times (-1) = 9$

③ $(-2)^2 \times (-3)^2 = -36$

④ $-(-1)^3 \times (-2)^2 = 4$

⑤ $(-1)^{10} \times (-1)^{15} = -1$

해설

③ $(-2)^2 \times (-3)^2 = 4 \times 9 = 36$

17. $-\frac{5}{3}$ 에 가장 가까운 정수를 a , $\frac{12}{5}$ 에 가장 가까운 정수를 b 라 할 때,
 $a \div b$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -2 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$-\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3} = -1.666\cdots$ 이므로 가장 가까운 정수 $a = -2$,

$\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} = 2.4$ 이므로 가장 가까운 정수 $b = 2$

따라서 $a \div b = (-2) \div 2 = -1$ 이다.

18. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다.
 x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로
 x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.
따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.
1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,
8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.
 $\therefore$ 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

19. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207 ② 208 ③ 209 ④ 210 ⑤ 211

해설

5, 6, 7 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 2$ 는 5, 6, 7 의 공배수이다.

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.

따라서 $x + 2 = 210$ 이므로 $x = 208$ 이다.

20. 어떤 분수를 두 분수 $\frac{21}{8}$ 과 $\frac{35}{12}$ 에 각각 곱하였더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 곱한 수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{7}$

해설

곱하는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자

$$\frac{21}{8} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \begin{cases} b \text{는 } 8 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{\text{A}}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수는

$$\frac{b}{a} = \frac{(8, 12 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})} \dots \textcircled{\text{B}}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{24}{7}$$

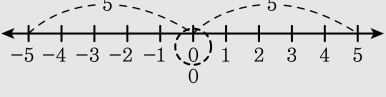
21. 수직선 위에서 원점으로부터 5 만큼 떨어진 점 중에서 작은 수에 대응하는 점을 A , -2 로부터 7 만큼 떨어진 점 중에서 큰 수에 대응하는 점을 B 라고 하자. 이때, 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

원점으로부터 5 만큼 떨어진 점 중에서 작은 수는 -5 이고, -2 로부터 7 만큼 떨어진 점 중에서 큰 수는 +5가 된다. 그러므로 점 A 는 -5 에 대응하고 점 B 는 +5에 대응한다. 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 정수는 다음 수직선과 같다.



22. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(-3) \times \left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = -\frac{5}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$$(-3) \times \left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = -\frac{5}{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{4} - \left(\text{} + \frac{2}{3} \right) + 2 \right\} = \frac{5}{6}$$

$$\text{} + \frac{2}{3} = \frac{9}{4} - \frac{5}{6}$$

$$\text{} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12}$$

$$\therefore \text{} = \frac{17}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

- 23.** 자연수 N 을 170 으로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 R 이다. R 의 약수의 개수가 3 개일 때, N 은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

$N = 170 \times 2 + R$ 이고 R 의 약수가 3 개이므로,
 R 은 170 보다 작은 수 중 약수가 3 개인 수이다.
 약수가 3 개이려면 반드시 같은 수의 제곱이 포함되므로,
 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169 중 약수가 3 개인
 수는 4, 9, 25, 49, 121, 169 이다.
 $\therefore N$ 의 개수=6 (개)

24. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최대값은?
- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

2)252

2)126

3)63

3)21

7

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값
중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

25. 지성이네 학교에선 가로, 세로의 길이가 각각 200 m, 150 m 인 운동장 둘레로, 학교 건물이 있는 한 쪽 세로 면을 제외한 나머지 세 면에 “ㄷ” 자 형의 그물망을 설치하려고 한다. 기둥을 일정한 간격으로 설치해야 하고 그물망이 시작되는 지점과 끝나는 지점, 그리고 각 모서리에는 반드시 기둥이 설치되어야 한다. 기둥 하나당 설치비용이 50 만 원이라고 할 때, 비용을 최소한으로 하려면 총 비용이 얼마가 나오겠는가? (단, 기둥 설치 외의 비용은 무시한다)

- ① 500 만 원
- ② 550 만 원
- ③ 600 만 원

- ④ 650 만 원
- ⑤ 700 만 원

해설

비용을 최소로 하기 위해선 기둥을 가능한 한 적게 설치해야한다.
기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $200 = x \times \square$, $150 = x \times \triangle$
 x 는 200과 150 의 최대공약수
 $200 = 2^3 \times 5^2$, $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
 $\therefore x = 2 \times 5^2 = 50$ (m)
기둥 사이의 간격을 50 m 라 할 때
가로 $200 = 50$ (m) $\times 4$ (개),
세로 $150 = 50 \text{ m} \times 3$ (개)
직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ”ㄷ”자 형으로 망을 설치할 때 필요한 최소의 기둥의 수는
 $\therefore (2 \times 4) + 3 + 1 = 12$ (개)
이때, 기둥 한 개의 설치비용이 50 만 원이므로
총 비용은 12×50 (만 원) $= 600$ (만 원) 이다.