

1. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 8x^3 - 1 &= (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) \\ \therefore Q(x) &= 2x - 1 \\ \therefore \text{상수항은 } &-1 \end{aligned}$$

2. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

3. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

① $2P$

② $4P$

③ $6P$

④ $8P$

⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

4. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

5. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

- ① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$
② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$
③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$
④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$
⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\&= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\&= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.
 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$
 $f(2) = 0, f(-2) = 0,$
즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

6. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

7. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\ &= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서 $p = -18, g = -4$

$$\therefore pg = (-18) \times (-4) = 72$$

8. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?
- ① $a = 12, b = 9$ ② $a = -12, b = 9$
③ $a = 12, b = -9$ ④ $a = -12, b = -9$
⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2 \text{으로 놓으면}$$

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$
$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$
$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$
$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

9. $x^4 + 3x^2 + 4$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$ ② $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - x + 2)$

③ $(x^2 - x + 2)(x^2 + x + 2)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x + 1)$

⑤ $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 3x^2 + 4 &= (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 \\&= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

10. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?
- ① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
 $= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$

이므로

$\frac{1}{2}$		2	1	1	1
			1	1	1
		2	2	2	2

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$
 $\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$

11. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 $\therefore a + b + c = 4$

12. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 에서

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

13. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?
- ① 직삼각형
 - ② 이등변삼각형
 - ③ 직각삼각형
 - ④ 직각이등변삼각형
 - ⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 &= 0 \\ a^2(a + b) - b^2(a + b) - c(a^2 - b^2) &= 0 \\ (a + b)(a^2 - ac + bc - b^2) &= 0 \\ (a + b)\{((a - b)(a + b) - c(a - b))\} &= 0 \\ (a + b)(a - b)(a + b - c) &= 0 \\ a + b > 0, a + b - c > 0 \text{ 이므로 } a &= b \\ \therefore a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

14. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75

② 125

③ 900

④ 1000

⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

$$(\text{준 식}) = 10000 \div 10 = 1000$$

15. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

16. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$$\begin{aligned} a^3 + 3a^2 + 3a + 1 &= (a + 1)^3 \\ \therefore N &= 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1 \\ &= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6 \\ \therefore \text{약수의 개수} &= (6 + 1) \times (6 + 1) = 49 \end{aligned}$$

17. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

18. $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $x = a - 2b + 3c$, $y = b - 2c + 3a$, $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때, $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$a + b + c = 1$ 이므로

$$x + y + z = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2$$

$$\therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3$$

$$= (x + y + z)^2 + 3$$

$$= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

19. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

20. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $[x, y, z] = xy^2 - y^2z$ 라 하자. $x - y = 2$, $xy - yz - zx = 1$ 이라 할 때, $[y, x, z] + [z, y, x]$ 의 값은?

① 0

② -2

③ 2

④ -4

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} [y, x, z] &= yx^2 - x^2z, [z, y, x] = zy^2 - y^2x \\ [y, x, z] + [z, y, x] &= yx^2 - x^2z + zy^2 - y^2x \\ &= xy(x - y) - z(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)(xy - yz - zx) \\ &= 2 \cdot 1 = 2 \end{aligned}$$