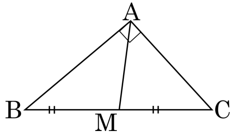
1. 다음은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$을 증명한 것이다. 다음 그림과 같이 변 BC의 중점을 M이라 하면



$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{\text{(가)}}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\text{(나)}}^2\right)$$

이 때, $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고,

$\boxed{\text{(나)}} = \boxed{\text{(다)}}\overline{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= \boxed{\text{(가)}}\left(\boxed{\text{(라)}}\overline{BC}^2\right)\\ &= \overline{BC}^2\end{aligned}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① 3 , $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$

② 4 , $2\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$

③ 2 , $\overline{AM}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

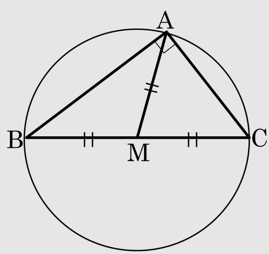
④ 2 , $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{16}{5}$, $\overline{AM}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$

해설

파푸스의 중선정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \boxed{2}\left(\overline{BM}^2 + \boxed{\overline{AM}}^2\right)$$



이 때, $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형이므로 점 A는 점 M을 중심으로 하고, 변 BC를 지름으로 하는 원 위의 점이다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 $\boxed{\overline{AM}} = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 &= 2\left(\frac{\overline{BC}^2}{4} + \frac{\overline{BC}^2}{4}\right)\\ &= \boxed{2}\left(\boxed{\frac{1}{2}}\overline{BC}^2\right) = \overline{BC}^2\end{aligned}$$

2. $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이 M인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 있다. $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{AC}}=3$, $\overline{\mathrm{AM}}=2$일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

중선정리를 이용하면

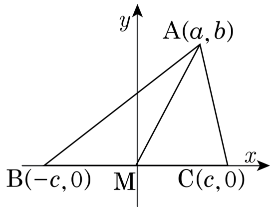
$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2\left(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2\right)$이므로

$5^2+3^2=2(\overline{\mathrm{BM}}^2+2^2)$

$\therefore \overline{\mathrm{BM}}^2=13$

$\overline{\mathrm{BC}}=2\overline{\mathrm{BM}}=2\sqrt{13}$

3. 다음은 $\triangle$ABC 에서 변 BC의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



> 직선 BC를 x축, 중점 M을 지나고 변 BC 에 수직인 직선을 y축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C 의 좌표를 각각
> A(a, b), B$(-c, 0)$, C$(c, 0)$ 라 하면
> $\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=(a+c)^2+b^2+(a-c)^2+b^2=$(가) 이고,
> $\overline{\mathrm{AM}}^2=a^2+b^2, \overline{\mathrm{BM}}^2=c^2$
> 따라서 $\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2=$(나)
> $\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=$(다)$(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$

위의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① $a^2+b^2+c^2, a^2+b^2+c^2, 1$

② $2(a^2+b^2+c^2), 2(a^2+b^2+c^2), 1$

③ $2(a^2+b^2+c^2), a^2+b^2+c^2, 2$

④ $2(a^2+b^2+c^2), 2(a^2+b^2+c^2), 2$

⑤ $3(a^2+b^2+c^2), a^2+b^2+c^2, 3$

해설

A(a, b), B$(-c, 0)$, C$(c, 0)$ 이므로

$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2$

$=\{(-c-a)^2+(0-b)^2\}+\{(c-a)^2+(0-b)^2\}$

$=(c^2+2ca+a^2+b^2)+(c^2-2ca+a^2+b^2)$

$=2(a^2+b^2+c^2)$

$\overline{\mathrm{AM}}^2=a^2+b^2, \overline{\mathrm{BM}}^2=c^2$ 이므로

$\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2=a^2+b^2+c^2$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=2(\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2)$

4. x에 관한 이차방정식 $x^2+2ax+9-2a^2=0$이 실근 α, β를 가질 때, $\alpha^2+\beta^2$의 최솟값을 구하여라. (단, a는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{D}{4}=a^2-(9-2a^2)\geq 0$에서 $a^2\geq 3$

$$\begin{aligned}\alpha^2+\beta^2&=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\\&=(-2a)^2-2(9-2a^2)\\&=4a^2-18+4a^2=8a^2-18\end{aligned}$$

$\therefore a^2+\beta^2\geq 8\times 3-18=6$

따라서 $\alpha^2+\beta^2$의 최솟값은 6

5. m이 실수일 때, x에 대한 이차방정식 $x^2+2mx+2m^2-2m-3=0$의 두 실근 α, β에 대하여 $\alpha\beta$의 최댓값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^2+2mx+2m^2-2m-3=0$이 실근을 가지므로

$$\frac{D}{4}=m^2-(2m^2-2m-3)\geq 0$$

$m^2-2m-3\leq 0, (m+1)(m-3)\leq 0$

$\therefore -1\leq m\leq 3$

한편, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta=2m^2-2m-3=2\left(m-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{7}{2}$$

이 때, $-1\leq m\leq 3$이므로 $m=3$일 때

$\alpha\beta$의 최댓값은 9이다.

6. $x+y=3, x\geq 0, y\geq 0$일 때, $2x^2+y^2$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하면 $M-m$을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$y=3-x\geq 0$

$\therefore\ 0\leq x\leq 3$

$2x^2+y^2=2x^2+(3-x)^2=3(x-1)^2+6$

$x=1$일 때, $m=6$

$x=3$일 때, $M=18$

$\therefore\ M-m=12$

7. 직선 $y=-3x+12$와 원 $x^2+(y-2)^2=20$의 교점의 좌표를 구하면?

① $(1,2), (3,5)$　② $(2,6), (4,0)$　③ $(3,5), (3,4)$

④ $(4,6), (2,3)$　⑤ $(5,5), (3,3)$

해설

$y=-3x+12$ ······ ㉠

$x^2+(y-2)^2=20$ ······ ㉡에서

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+(-3x+10)^2=20,\ x^2-6x+8=0,$

$(x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$

이것을 ㉠에 대입하면

$x=2$일 때 $y=6,$

$x=4$일 때 $y=0$이므로

구하는 교점의 좌표는 $(2,6), (4,0)$

8. 원 $x^2+y^2-4x-2y=a-3$ 이 x 축과 만나고, y 축과 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a>-2$ ② $a\geq -1$ ③ $-1\leq a<2$

④ $-2<a\leq 2$ ⑤ $-2\leq a<3$

해설

$x^2+y^2-4x-2y=a-3$

$\Rightarrow (x-2)^2+(y-1)^2=a+2$

중심이 $(2,\ 1)$ 이고, 반지름이 $\sqrt{a+2}$ 인 원이다.

x 축과 만나려면 $\sqrt{a+2}\geq 1 \cdots$①

y 축과 만나지 않으려면 $0<\sqrt{a+2}<2 \cdots$②

①, ②를 동시에 만족하므로

$\therefore\ -1\leq a<2$

9. 원 $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 16 = 0$ 에 의하여 잘려지는 x축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 축을 지나는 점은 $y = 0$이므로

$x^2 + 10x + 16 = 0 \Rightarrow \ (x+2)(x+8) = 0$

$\Rightarrow \ x = -2, \ -8$

$\therefore x$ 축 위의 교점 : $(-8, \ 0), \ (-2, \ 0)$

$\therefore$ 구하는 선분의 길이 : 6

10. $4-3i+\dfrac{3-5i}{1+i}+4i+\dfrac{-3+5i}{1+i}-\dfrac{2}{1-i}$ 를 간단히 한 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-i$ ② 3 ③ $4i$

④ 5 ⑤ $1+3i$

해설

$$4-3i+\frac{3-5i}{1+i}+4i+\frac{-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i}$$

$$=4-3i+4i+\frac{3-5i-3+5i}{1+i}-\frac{2}{1-i}$$

$$=4+i-\frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}$$

$$=4+i-\frac{2(1+i)}{1+1}=4+i-1-i=3$$

11. $(3+4i)^5(15-20i)^5$ 을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① 5^7 ② 5^{10} ③ 5^{12} ④ 5^{15} ⑤ 5^{20}

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 5^5(3+4i)^5(3-4i)^5 \\
&= 5^5\{(3+4i)(3-4i)\}^5 \\
&= 5^5(5^2)^5 \\
&= 5^{15}
\end{aligned}
$$

12. $\dfrac{2-i}{2+i}+\dfrac{2+i}{2-i}$ 를 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)

① $\dfrac{6}{5}$　　② 2　　③ $\dfrac{8}{5}$　　④ $\dfrac{8}{3}$　　⑤ 3

해설

$$\frac{2-i}{2+i}+\frac{2+i}{2-i}=\frac{(2-i)^2+(2+i)^2}{(2+i)(2-i)}$$

$$=\frac{3+3}{5}=\frac{6}{5}$$

13. 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근이 α,β일 때, $\alpha+1,\ \beta+1$을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2-3x+2=0$

② $x^2+4x+6=0$

③ $x^2+3x-4=0$

④ $x^2-4x+6=0$

⑤ $x^2+2x-3=0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$

$(\alpha+1)+(\beta+1)=4,$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=6$

$\therefore\ \alpha+1,\ \beta+1$을 근으로 하는 방정식은

$x^2-4x+6=0$

14. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$의 두 근을 α,β라 할 때, $\dfrac{\beta}{\alpha-1}$, $\dfrac{\alpha}{\beta-1}$을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2+ax+b=0$이다. 이 때, $a+b$의 값은?

① 3 ② 5 ③ 0 ④ -3 ⑤ -5

해설

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=1$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=9-2=7$

$$a=-\left(\frac{\beta}{\alpha-1}+\frac{\alpha}{\beta-1}\right)$$

$$=-\frac{\beta(\beta-1)+\alpha(\alpha-1)}{(\alpha-1)(\beta-1)}$$

$$=-\frac{(\alpha^2+\beta^2)-(\alpha+\beta)}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$$

$$=-\frac{7-3}{1-3+1}=4$$

$$b=\frac{\alpha\beta}{(\alpha-1)\cdot(\beta-1)}=\frac{\alpha\beta}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$$

$$=\frac{1}{1-3+1}=-1$$

$$\therefore a+b=4-1=3$$

15. 이차방정식 $x^2-3x+7=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라고 할 때, $2\alpha-1,\ 2\beta-1$을 두 근으로 하는 이차방정식 중 이차항의 계수가 1인 것은?

① $x^2+4x+10=0$ ② $x^2-4x+21=0$

③ $x^2-4x-21=0$ ④ $x^2+4x+23=0$

⑤ $x^2-4x+23=0$

해설

$x^2-3x+7=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=7$

이 때, $2\alpha-1,\ 2\beta-1$을 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-(2\alpha-1+2\beta-1)x+(2\alpha-1)(2\beta-1)=0$

$x^2-\{2(\alpha+\beta)-2\}x+\{4\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+1\}=0$

$\therefore\ x^2-4x+23=0$

16. x에 대한 삼차방정식 $x^3+(3a-1)x^2-5ax+2a=0$이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a의 값의 합을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ $-\frac{8}{9}$ ⑤ $-\frac{17}{9}$

해설

$x^3+(3a-1)x^2-5ax+2a=0$을 인수분해하면

$(x-1)(x^2+3ax-2a)=0$

ⅰ) 중근이 $x=1$인 경우

$x=1$을 $x^2+3ax-2a$에 대입하면 0이 된다.

$1+3a-2a=0$

$\therefore a=-1$

ⅱ) $x^2+3ax-2a=0$이 중근을 갖는 경우

판별식 $D=9a^2+8a=0,\ a(9a+8)=0,$

$\therefore a=0,\ a=-\frac{8}{9}$

$-1+0-\frac{8}{9}=-\frac{17}{9}$

17. 삼차방정식 $(x-1)(x^2+x+a+1)=0$의 실근이 1뿐일 때, 실수 a의 범위를 구하면?

① $a > -\frac{3}{4}$　② $a > -\frac{3}{2}$　③ $a > -1$
④ $a > 0$　⑤ $a > 1$

해설

준식의 실근이 1뿐이기 위해서는 $x^2+x+a+1=0$의 근이 허근이거나 $x=1$을 중근으로 가져야 한다.

(i) 허근을 가질 경우

$D=1-4(a+1)<0$, $-3<4a$

$\therefore\ a > -\frac{3}{4}$

(ii) $x=1$을 중근으로 가질 경우

$D=1-4(a+1)=0$이고 $1+1+a+1=0$을 동시에 만족하는 a의 값은 없다.

(i), (ii)에서 $a > -\frac{3}{4}$

18. $x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$의 두 근이 $1+i,\ 1-i$일 때, 이 방정식의 나머지 두 근을 구하면?

① $x = -\dfrac{-1 + - \sqrt{3}i}{2}$

② $x = \dfrac{1 + - \sqrt{3}i}{2}$

③ $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

④ $x = -1 \pm \sqrt{3}i$

⑤ $x = 1 \pm \sqrt{3}i$

해설

$x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$의 두근이 $1+i,\ 1-i$이므로
$x^2 - 2x + 2$는 $x^4 - x^3 + x^2 + 2$의 인수이다.
따라서,
$\therefore x^4 - x^3 + x^2 + 2 = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + x + 1)$

$\therefore x^2 + x + 1 = 0$일 때의 근은 $\dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

19. 세 함수 $f(x) = -x^2 + x - 2$, $g(x) = ax + a$, $h(x) = x^2 + 4x + 4$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) \le g(x) < h(x)$ 를 만족할 때, a 의 정수값은 몇 개 있는가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다

해설

(i) $f(x) \le g(x)$ 에서 $-x^2 + x - 2 \le ax + a$,

$\therefore\ x^2 + (a-1)x + a + 2 \ge 0$

$D = (a-1)^2 - 4(a+2) = a^2 - 6a - 7 \le 0$

$\therefore\ -1 \le a \le 7$

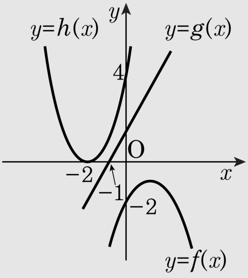
(ii) $g(x) < h(x)$ 에서 $ax + a < x^2 + 4x + 4$

$\therefore\ x^2 + (4-a)x + 4 - a > 0$

$D = (4-a)^2 - 4(4-a) = a^2 - 4a < 0$

$\therefore\ 0 < a < 4$

(i)과 (ii) 로부터 $0 < a < 4$ 이고 정수는 3개



20. 모든 실수 x에 대하여 x^2+px+p가 -3보다 항상 크기 위한 정수 p의 최댓값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2+px+p>-3$

$x^2+px+(p+3)>0$

$D=p^2-4(p+3)=p^2-4p-12<0$

$(p-6)(p+2)<0$

$-2<p<6$

$\therefore$ 최대정수 : 5

21. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2+2ax+2a+3 \geq 0$이 성립하기 위한 상수 a의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2+2ax+2a+3 \geq 0$이 항상 성립할 조건은

$D/4 = a^2-2a-3 = (a+1)(a-3) \leq 0$

$\therefore -1 \leq a \leq 3$

a의 최솟값은 -1

22. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ 2x^2 + (7-2a)x - 7a < 0 \end{cases}$

을 만족하는 정수가 -3한 개뿐일 때, 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $-3 < a \le 3$ ② $-3 < a \le 2$ ③ $-2 < a \le 7$

④ $0 < a \le 7$ ⑤ $7 < a \le 10$

해설

$x^2 - 4 > 0$에서

$(x+2)(x-2) > 0$

$\therefore x < -2$ 또는 $x > 2 \cdots$ ㉠

$2x^2 + (7-2a)x - 7a < 0$에서

$(2x+7)(x-a) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡를 동시에 만족하는 정수가

-3뿐이어야 하므로

a가 취할 수 있는 범위는 $-3 < a \le 3$이다.

23. 이차부등식 $x^2-2x-3>3|x-1|$의 해가 이차부등식 $ax^2+2x+c<0$의 해와 같을 때, 실수 a, c의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

1) $x \geq 1$ 일 때,

$x^2-2x-3>3x-3,\ x^2-5x>0$

$x(x-5)>0,\ x<0$ 또는 $x>5$

$\therefore x>5$

2) $x<1$ 일 때,

$x^2-2x-3>-3x+3,\ x^2+x-6>0$

$(x+3)(x-2)>0,\ x<-3$ 또는 $x>2$

$\therefore x<-3$

1), 2) 에서 $x<-3$ 또는 $x>5$

한편 $ax^2+2x+c<0$ 의 해가

$x<-3$ 또는 $x>5$ 이므로

$a<0$ 이고, $ax^2+2x+c=a(x+3)(x-5)$ 이다.

$ax^2+2x+c=ax^2-2ax-15a$ 에서

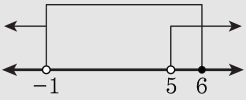
$a=-1, c=15 \quad \therefore a+c=14$

24. 두 부등식 $-x^2+4x+5<0$,
$x^2+ax-b\le 0$에 대하여
두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x의 값은 $5<x\le 6$일 때, $a+b$의 값은?

① -1 ② 1 ③ -11 ④ 11 ⑤ 5

해설

$x^2-4x-5>0$
$(x+1)(x-5)>0$
$x<-1$ 또는 $x>5$
$x^2+ax-b\le 0$
$\Rightarrow (x-\alpha)(x-\beta)\le 0$ 라 하자
$\alpha\le x\le\beta$
이제 주어진 조건에 만족하려면



$\therefore\ \alpha=-1,\beta=6$
$\Rightarrow (x+1)(x-6)=x^2-5x-6$
$a=-5, b=6, a+b=1$

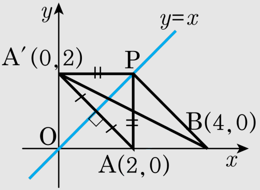
25. x 축 위의 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(4,0)$ 과 직선 $y=x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 $\mathrm{A}(2,0)$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 이라 하면 $\mathrm{A}'(0,\ 2)$

이때, 다음 그림에서



$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$

또, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{A'B}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은

$\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{4^2+(-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

26. 두 점 $A(3,\ 5)$, $B(1,\ 1)$ 이 있을 때, x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 가 최소가 되는 점 P 의 좌표와 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값은?

① $P\left(\frac{5}{3},\ 0\right)$, $2\sqrt{10}$

② $P\left(\frac{2}{3},\ 0\right)$, $\sqrt{10}$

③ $P(1,\ 0)$, $2\sqrt{10}$

④ $P\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$, $\sqrt{10}$

⑤ $P\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$, $2\sqrt{10}$

해설

x 축 위의 점 P 에 대하여
$\overline{AP}+\overline{BP}$ 가 최소가 되기 위해서는
세 점이 일직선상에 있어야 한다.
따라서 점 B를 X축에 대해 대칭 이동시킨다.
이동된 점 $B'(1,\ -1)$과 점 A와의 거리가
$\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값이다.

$$\sqrt{(3-1)^2+(5-(-1))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

이때 점 P의 좌표는 점 B′와 점 A를 지나는
직선의 방정식의 x 절편이다.

즉 직선 AB' : $y-5 = \frac{5-(-1)}{3-1}(x-3)$

$\therefore\ y = 3x-4$

따라서 점 P의 좌표는 $P\left(\frac{4}{3},\ 0\right)$

27. 두 점 A(1, 3), B(4, m) 과 x 축 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 m 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 1

해설

점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 A′ 라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{AB}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은 선분 A′B 의 길이와 같다.

점 A 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 A′(1, −3) 이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값은

$\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{(4-1)^2+(m+3)^2}=5$

$(m+3)^2+9=25,\ (m+3)^2=16$

$m+3=\pm4 \qquad \therefore\ m=1\ (\because\ m>0\ )$