

1.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이  $x, y, z$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$ 를 구하면?

① 4      ② 8      ③ 16      ④ 32      ⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면  
 $(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$   
 $x, y, z$ 에 대한 항등식이므로  
 $a = b, a + b - c = 0, c = 4$   
 $\therefore a = b = 2, c = 4$   
 $\therefore abc = 16$

2.  $x$ 에 대한 다항식  $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록  $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-37$

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고  $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

3. 다항식  $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

①  $(x-1)(x^2+3)$

②  $(x-1)(x^2-x-2)$

③  $(x-1)(x^2+3x+3)$

④  $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤  $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을  $A$ 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2 - 3A + 9)$$

다시  $x-1$ 을 대입하면  $(x+2)(x^2-5x+13)$

4. 자연수  $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는  $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때,  $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개    ② 12개    ③ 16개    ④ 24개    ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

5.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$  을 간단히 하면?

- ①  $-1$       ②  $0$       ③  $1$       ④  $i$       ⑤  $-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{2i}{2} = i \\ \therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} &= i^{2008} \\ &= (i^4)^{502} = 1\end{aligned}$$

6. 복소수  $z$ 의 켈레복소수  $\bar{z}$ 라 할 때  $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수  $z$ 를 구하면?

①  $z=2-3i$       ②  $z=4-3i$       ③  $z=6-3i$

④  $z=2+3i$       ⑤  $z=4+3i$

해설

$$\begin{aligned} z &= a+bi, \bar{z} = a-bi \text{라 하면} \\ (\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i \\ \therefore 6-2a-2b &= 0, 2a+4b = 0 \\ \therefore a &= 6, b = -3 \\ \therefore z &= 6-3i \end{aligned}$$

7.  $x$ 가 실수 일 때, 다음 중  $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단,  $x \neq 0$ )

- ① -5      ② -2      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$x + \frac{1}{x} = t \text{ 라고 하고,}$$

양변에  $x$ 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서  $x$ 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

8. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 + 2i$  일 때 실수  $a, b$  를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -2$

▷ 정답:  $b = 5$

**해설**

계수가 실수이므로 한 근이  $1 + 2i$  이면 다른 한 근은  $1 - 2i$  이다.

$$\text{(두 근의 합)} = (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \quad \cdots \cdots \text{㉠}$$

$$\text{(두 근의 곱)} = (1 + 2i)(1 - 2i) = b \quad \cdots \cdots \text{㉡}$$

$\therefore$  ㉠, ㉡에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

9. 직선  $y = 3x + 2$  와 포물선  $y = x^2 + mx + 3$  이 두 점에서 만나기 위한 실수  $m$  의 범위를 구하면?

- ①  $m < -1, m > 3$     ②  $m < 1, m > 5$     ③  $-1 < m < 3$   
④  $-1 < m < 5$     ⑤  $1 < m < 5$

해설

$$\begin{aligned} & y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3 \text{ 에서 } y \text{ 를 소거하면} \\ & x^2 + (m-3)x + 1 = 0, D = (m-3)^2 - 4 > 0 \\ & m^2 - 6m + 5 > 0, (m-1)(m-5) > 0 \\ & \therefore m < 1, m > 5 \end{aligned}$$

10. 이차함수  $y = -3x^2 - 6x + k$  의 최댓값이  $\frac{5}{2}$  일 때, 상수  $k$  의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{1}{2}$       ② 0      ③  $\frac{1}{2}$       ④ 1      ⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x+1)^2 + k + 3$   
이므로 꼭짓점의 좌표는  $(-1, k+3)$  이다.

주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의  $y$  의 값이 최댓값이 된다.

$$\therefore k+3 = \frac{5}{2} \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

11. 방정식  $x^3 - x = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = -1$

▷ 정답:  $x = 0$

▷ 정답:  $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1)$$

$$\therefore x = -1, 0, 1$$

12.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①  $-5$       ②  $-3$       ③  $-1$       ④  $1$       ⑤  $3$

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 이므로  $x = -1$ 을 대입하면  
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$   
 $\therefore k = 3$

13. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \dots\dots ① \\ 2x+y-z=1 & \dots\dots ② \\ x+2y-z=2 & \dots\dots ③ \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 1$

▷ 정답:  $y = 2$

▷ 정답:  $z = 3$

해설

① + ②에서  $3x + 2y = 7 \dots\dots ④$

① + ③에서  $2x + 3y = 8 \dots\dots ⑤$

④, ⑤를 연립하여 풀면  $x = 1, y = 2$

이 값을 ①에 대입하면  $z = 3$

$\therefore x = 1, y = 2, z = 3$

14. 방정식  $a^2 - (1+x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식  $x = (x+3)a - 10$ 의 해는?

- ① -3      ② -1      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a-2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a-2)x = (a-2)(a+1)$$

i)  $a \neq 2$ 일 때,  $x = a + 1$

ii)  $a = 2$ 일 때,  $0 \cdot x = 0$  이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서  $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식  $x = (x+3)a - 10$ 에  $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x+3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

15.  $0 < x < 2$  일 때, 방정식  $2x^2 - x - 3[x] = 0$  의 모든 해의 합은? (단,  $[x]$  는  $x$  를 넘지 않는 최대 정수이다.)

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$2x^2 - x - 3[x] = 0$  에서  $0 < x < 2$  이므로

(i)  $0 < x < 1$  일 때,  $[x] = 0$  이므로

$$2x^2 - x = 0, x(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

그런데  $0 < x < 1$  이므로  $x = \frac{1}{2}$

(ii)  $1 \leq x < 2$  일 때,  $[x] = 1$  이므로

$$2x^2 - x - 3 = 0, (x+1)(2x-3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

그런데  $1 \leq x < 2$  이므로  $x = \frac{3}{2}$

따라서 모든 해의 합은  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$

16. 이차방정식  $x^2 - 2ax + 2a + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 정수  $a$  값의 합은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$x^2 - 2ax + 2a + 4 = (x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

$$\therefore \alpha + \beta = 2a, \alpha\beta = 2a + 4$$

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 5$$

$\alpha, \beta$ 는 정수이므로

$$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 6), (6, 2), (0, -4), (-4, 0)$$

$$\therefore a = 4, -2$$

17. 이차방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식  $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$2x+1 = \alpha$  또는  $2x+1 = \beta$

$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2}$  또는  $x = \frac{\beta-1}{2}$

따라서  $f(2x+1) = 0$ 의 근은  $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

이때 두 근의 합  $\frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$

$= \frac{\alpha+\beta-2}{2} = \frac{2-2}{2} = 0$

18. 다음  $x$ 의 이차방정식의 두 실근의 절댓값이 같고, 부호가 다르게 실수  $m$ 의 값을 정하면?

$$3(x-1)(x-m) - x(7-m^2) = 18 - m^2$$

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

**해설**

두 근의 절댓값이 같고 부호가 다를 조건은  
 $\alpha + \beta = 0, \alpha\beta < 0$   
 준식을  $x$ 에 관해서 정리하면,  
 $3x^2 + (m^2 - 3m - 10)x + m^2 + 3m - 18 = 0$   
 따라서,  $\alpha + \beta = \frac{-(m^2 - 3m - 10)}{3} = 0,$   
 즉  $m^2 - 3m - 10 = 0$   
 $(m-5)(m+2) = 0 \quad \therefore m = 5, -2 \dots\dots\textcircled{\text{A}}$   
 $\alpha\beta = \frac{m^2 + 3m - 18}{3} < 0, m^2 + 3m - 18 < 0$   
 $(m-3)(m+6) < 0 \quad \therefore -6 < m < 3 \dots\dots\textcircled{\text{B}}$   
 $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 의 공통범위에 의해  $m = -2$

19. 이차함수  $y = x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 직선  $y = 0$ 과 두 점에서 만나기 위한 자연수  $a$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

이차함수  $y = x^2 - ax + 3$ 의 그래프가  $x$ 축 ( $y = 0$ )과 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

즉 이차방정식  $x^2 - ax + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식을  $D$ 라 하면

$$D = a^2 - 12 > 0 \text{에서}$$

$$a < -2\sqrt{3} \text{ 또는 } a > 2\sqrt{3}$$

따라서 자연수  $a$ 의 최솟값은 4이다.

20.  $x$  에 대한 이차함수  $f(x) = x^2 - 2x - a^2 + 4a + 3$  의 최솟값을  $g(a)$  라 할 때,  $g(a)$  의 최댓값은?

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2x - a^2 + 4a + 3 \\ &= (x-1)^2 - a^2 + 4a + 2 \end{aligned}$$

따라서,  $f(x)$  의 최솟값은  $g(a) = -a^2 + 4a + 2$   
 $g(a) = -(a-2)^2 + 6$  에서  
 $g(a)$  의 최댓값은 6 이다.

21. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 16 = 0$$

- ① 4      ② -4      ③ -2      ④  $1+i$       ⑤  $1-i$

해설

$x^2 - 2x = X$  로 놓으면 주어진 방정식은  
 $X^2 - 6X - 16 = 0, (X - 8)(X + 2) = 0$   
 $\therefore x = 8$  또는  $X = -2$   
(i)  $X = 8$  일 때  $x^2 - 2x = 8$  에서  $(x - 4)(x + 2) = 0$   
 $\therefore x = 4$  또는  $x = -2$   
(ii)  $X = -2$  일 때  $x^2 - 2x = -2$  에서  $x^2 - 2x + 2 = 0$   
 $\therefore x = 1 \pm i$   
따라서 (i), (ii)에서  $x = 4$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1 \pm i$

22. 연립방정식  $\begin{cases} x-y=3 \\ x^2+2xy+y^2=1 \end{cases}$  에서  $xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$y = x - 3$ 을 이차식에 대입하면  
 $x^2 + 2x(x - 3) + (x - 3)^2 = 1$   
 $x^2 - 3x + 2 = 0$   
 $\therefore x = 1, 2$   
(i)  $x = 1$ 일 때  $y = -2$   
(ii)  $x = 2$ 일 때  $y = -1$   
따라서  $xy = -2$

23. 연립방정식  $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \\ 5x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$  의 근을  $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  
 $\alpha + \beta$ 의 최댓값은?

- ① 4      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \cdots \text{①} \\ 5x^2 - y^2 = 4 \cdots \text{②} \end{cases}$$

①식 인수분해:  $(2x - y)(x - y) = 0$

$\therefore y = 2x, y = x$

②식에 대입하면

$y = 2x \rightarrow 5x^2 - (2x)^2 = 4,$

$x^2 = 4, x = \pm 2, y = \pm 4$

$y = x \rightarrow 5x^2 - x^2 = 4, 4x^2 = 4$

$x^2 = 1, x = \pm 1, y = \pm 1$

$x = \alpha, y = \beta$ 에서

$\alpha + \beta : 2 + 4 = 6, -2 - 4 = -6$

$1 + 1 = 2, -1 - 1 = -2$

$\therefore \alpha + \beta$ 의 최댓값은 6

24. 방정식  $x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값을 구하면?

- ① -7      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 7

해설

$x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 에서  
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$   
 $(x + 2y)^2 + (y - 1)^2 = 0$   
 $x + 2y, y - 1$ 은 실수이므로  $x + 2y = 0, y - 1 = 0$   
 $\therefore y = 1, x = -2y = -2$   
 $\therefore x + y = -1$

25. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $xf(x)+3$ 을  $x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

①  $Q(x), R$

②  $Q(x), R+3$

③  $xQ(x), R$

④  $xQ(x), R+3$

⑤  $xQ(x)+R, R+3$

해설

$$f(x) = (x-1)Q(x) + R$$

$$xf(x) + 3 = (x-1)xQ(x) + Rx + 3$$

$$= (x-1)xQ(x) + R(x-1) + R + 3$$

$$= (x-1)\{xQ(x) + R\} + R + 3$$

$$\therefore \text{몫} : xQ(x) + R, \text{나머지} : R + 3$$