

1. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

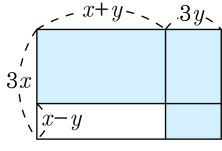
에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

3. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$

이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

4. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

5. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$

② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$

③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$

⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

6. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

7. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

8. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

(1) $x(5x - 4) = 4(x - 1)$
(2) $x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$

- ① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$ ④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$
⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

(1) $x(5x - 4) = 4(x - 1)$

$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$

$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$

(2) $x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

9. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k < 1$

② $k \leq 1$

③ $k < 3$

④ $k \leq 3$

⑤ $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

10. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $2x^2 - 6x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 1 = 0$

③ $x^2 - 7x + 3 = 0$

④ $2x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 - 7x + 3 = 0$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

3 과 $\frac{1}{2}$ 을 이용한 근과 계수의 관계를 구해보면

$$3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}, 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\therefore 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

11. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

12. x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

$\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 3

13. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$ 에서 $x = -1, x = 2$ 를 대입하면 성립하므로
조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-3	3	1	-6
		-1	4	7	6
2	1	-4	7	-6	0
		2	-4	6	
	1	-2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 1 \pm \sqrt{2}i$
따라서 실수근은 $-1, 2$ 이므로 $-1 + 2 = 1$ 이다.

14. 다음 연립방정식을 만족하는 (x, y, z) 가 바르게 짝지어진 것은?

$$3x - y = y + z = 3x - z = 1$$

- ① $(1, 1, 1)$

② $(-1, 1, 2)$

③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- ④ $\left(1, \frac{1}{2}, 1\right)$

⑤ $\left(0, \frac{1}{2}, 1\right)$

해설

$$3x - y = 1, \ y + z = 1, \ 3x - z = 1$$

변변끼리 모두 더하면, $6x = 3, \ x = \frac{1}{2}$

각각 대입하면, $y = \frac{1}{2}, \ z = \frac{1}{2}$

$\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

15. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

16. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 $= k$)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

17. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\ &= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\ &= -1 - 1 - 1 = -3 \end{aligned}$$

18. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 $z + \bar{z} = 6$, $z\bar{z} = 9$ 일 때, $\frac{z}{1 + \sqrt{2}i}$ 의 실수 부분의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 2 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$z = a + bi, \bar{z} = a - bi \quad (a, b \text{ 는 실수})$$

$$z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a = 6, a = 3$$

$$z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = 9, b = 0$$

$$z = 3$$

$$\frac{z}{1 + \sqrt{2}i} = \frac{3}{1 + \sqrt{2}i} = \frac{3(1 - \sqrt{2}i)}{3} = 1 - \sqrt{2}i$$

$$\therefore \text{실수부} : 1$$

19. 실수 a 에 대하여 $\sqrt{a} \sqrt{a-1} = -\sqrt{a(a-1)}$, $\sqrt{\frac{b}{b-1}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-1}}$ 일 때, $|a| + |b-1| + |a-b|$ 의 값을 구하면?

① -2

② 1

③ $-2a+1$

④ $-2b-1$

⑤ $-2a-2b-1$

해설

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a-1} = -\sqrt{a(a-1)}$ 이므로

$a \leq 0, a-1 \leq 0$ 이다.

$\therefore a \leq 0, \sqrt{\frac{b}{b-1}} = -\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b-1}}$ 이므로 $b-1 < 0, b \geq 0$ 이다.

$\therefore 0 \leq b < 1$

$\therefore a-b \leq 0$

$\therefore |a| + |b-1| + |a-b| = -a - (b-1) - (a-b)$
 $= -2a + 1$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우
 a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은
 $\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$
(ii) c 를 잘못 본 경우
 a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은
 $-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$
(i), (ii)에서 주어진 방정식은
 $ax^2 - 3ax + 2a = 0$
 $a \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$
따라서 근의 합은 3이다.

21. 두 점 $(2, 0)$, $(-2, 0)$ 을 지나는 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 는 $x = c$ 일 때, 최솟값 d 를 갖는다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

두 점 $(2, 0)$, $(-2, 0)$ 을 지나므로
 $y = x^2 + ax + b$ 는 y 축 대칭이다.
축이 $x = 0$ 에서 $a = 0$, $c = 0$, $b = d$
 $(2, 0)$ 을 지나므로 $0 = 4 + b \quad \therefore b = -4 = d$
 $\therefore a + b + c + d = 0 - 4 + 0 - 4 = -8$

22. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $2-i$ 일 때, 실수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 세 근: $2-i, 2+i, \alpha$

세 근의 합: $-a = 4 + \alpha \cdots \textcircled{1}$

세 근의 곱: $-5 = (2+i)(2-i)\alpha = 5\alpha$

$\therefore \alpha = -1$, $\textcircled{1}$ 식에 대입하면 $a = -3$

$b = (2+i)(2-i) + (2+i) \cdot (-1) + (2-i) \cdot (-1) = 5 - 4 = 1$

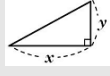
$\therefore a^2 + b^2 = 10$

23. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots ① \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots ② \end{cases} \quad \text{이다.}$$

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$$

$$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$$

$$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$$

$$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0$$

$$(x - 12)(x - 9) = 0$$

$$x - 12 \neq \perp \quad x - 9$$

$$x = 12 \text{ 또는 } x = 9$$

$x = 12$ 일 때 $y = 9$

 $x = 9$ 일 때 $y = 12$

24. $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서

$x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$

$x \geq 1, y \geq 1$ 이므로 $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$

(i) $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때, $x = 4, y = 8$

(ii) $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때, $x = 8, y = 4$

따라서, 구하는 값은 $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$

25. $x = -1 + i$ 일 때, $x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$ 의 값을 구하면?

① $-1 + i$

② $-i$

③ i

④ -1

⑤ 1

해설

$$x = i - 1 \Rightarrow x + 1 = i$$

$$\text{양변을 제곱해서 정리하면 } x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$$

$$= x^2(x^2 + 2x + 2) - x^2 - x - 1$$

$$= -x^2 - x - 1 \quad (\because x^2 + 2x + 2 = 0)$$

$$= -(-2x - 2) - x - 1$$

$$= x + 1 = i$$