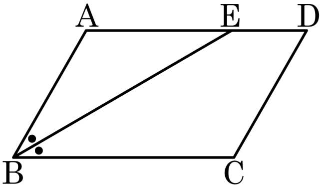
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\angle BED = 150°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하면?



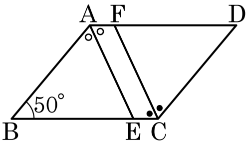
① 30° ② 45° ③ 60° ④ 120° ⑤ 150°

해설

$\angle BED = 150°$ $\angle AEB = 180° - 150° = 30°$

$\angle B = 60°$ $\therefore \angle C = 180° - 60° = 120°$

2. 다음 그림처럼 평행사변형 ABCD 에서 선분 AE와 선분 CF가 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선일 때, $\angle AEC$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : 115 $\underline{°}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$ 이다.

$\angle BAD = 2\angle EAF$ 이므로 $\angle EAF = 65°$ 이다.

사각형 AECF 는 평행사변형이므로 $\angle EAF + \angle AEC = 180°$

$\therefore \angle AEC = 180° - \angle EAF$

$= 180° - 65° = 115°$ 이다.

3. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

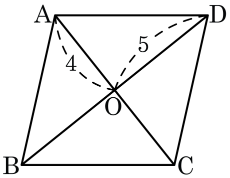
해설

직사각형의 성질은 ‘네 내각의 크기가 같다.’이다.

4. 마름모 □ABCD 의 넓이는?

① 10 ② 20 ③ 30

④ 40 ⑤ 50



해설

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

5. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 평행사변형은 사각형이다.

② 사다리꼴은 평행사변형이다.

③ 정사각형은 마름모이다.

④ 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설

② 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
④ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

6. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형

② 평행사변형, 마름모

③ 직사각형, 마름모, 정사각형

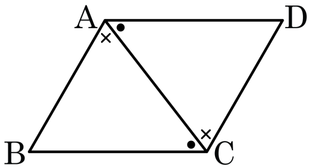
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

7. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)

$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

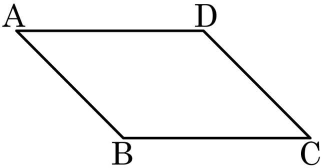
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

8. 다음 □ABCD 에서 $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle C$ 를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 45°

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A = \frac{1}{3}\angle B$ 이므로 $4\angle A = 180°$ 이다.

따라서 $\angle C = \angle A = 45°$ 이다.

9. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=4x+3y$, $\overline{BC}=13$, $\overline{CD}=6$, $\overline{DA}=3x-2y$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $y=-2$

해설

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$ 이므로

$$\begin{cases} 4x+3y=6 & \cdots ㉠ \\ 3x-2y=13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

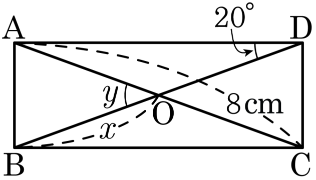
㉠ $\times 2+$ ㉡ $\times 3$ 을 계산하면

$17x=51$, $x=3$

$x=3$ 을 대입하면

$4\times 3+3y=6$, $3y=-6$, $y=-2$

10. 다음 직사각형 ABCD 의 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?



① 2cm, 30° ② 3cm, 30° ③ 3cm, 40°

④ 4cm, 30° ⑤ 4cm, 40°

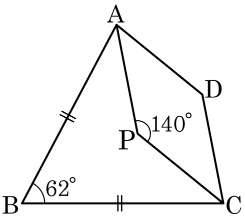
해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BO} = x = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{8}{2} = 4(\text{cm})$

$\angle ADO = \angle DAO$, 삼각형의 외각의 성질을 이용하여

$\angle y = \angle ADO + \angle DAO = 20° + 20° = 40°$

11. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 69°　② 73°　③ 76°　④ 79°　⑤ 82°

해설

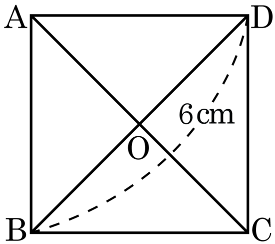
$\overline{AC}$ 를 이으면

$\angle BCA = (180° - 62°) \div 2 = 59°$

$\angle ACD = (180° - 140°) \div 2 = 20°$

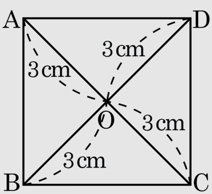
$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 79°$

12. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 6cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이는?



① 9cm^2　② 12cm^2　③ 18cm^2
④ 24cm^2　⑤ 36cm^2

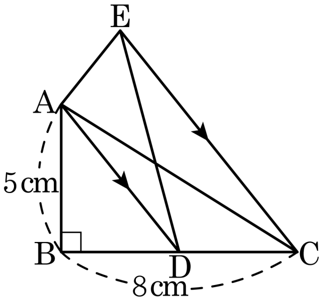
해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 3 \times 3) \times 4 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이고, $\overline{BD} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

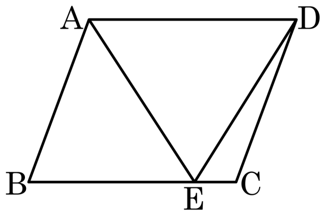
해설

$\overline{BD} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = 4\mathrm{cm}$ 가 되므로 $\overline{DC} = 4\mathrm{cm}$ 이다.

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ADE = \triangle ADC$ 이다.

$\therefore\ \triangle ADE = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\mathrm{cm}^2)$

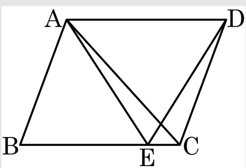
14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} : \overline{EC} = 4 : 1$ 이고 $\square ABCD = 50$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설



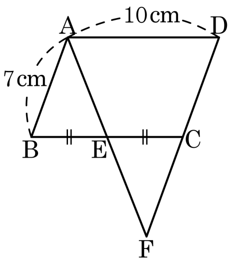
$\triangle AED = \triangle ACD = \dfrac{1}{2}\square ABCD = 25$

$\triangle ABE + \triangle CED = \square ABCD - \triangle AED = 50 - 25 = 25$

또, $\triangle ABE : \triangle CED = 4 : 1$ 이므로

$\triangle ABE = \dfrac{4}{5} \times 25 = 20$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?

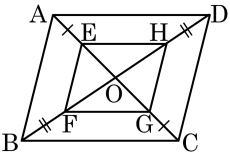


① 7 cm　② 9 cm　③ 14 cm
④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)
$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)
$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$
$\therefore\ \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\,\text{cm})$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}=\overline{CG}, \overline{BF}=\overline{DH}$일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

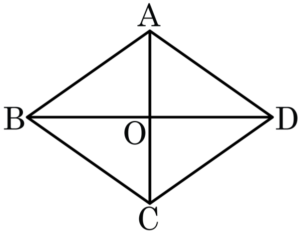
해설

$\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{AE}=\overline{CG}$이므로 $\overline{EO}=\overline{GO}$

$\overline{BO}=\overline{DO}, \overline{BF}=\overline{DH}$이므로 $\overline{FO}=\overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

17. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$　② $\overline{AC} = \overline{BD}$　③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

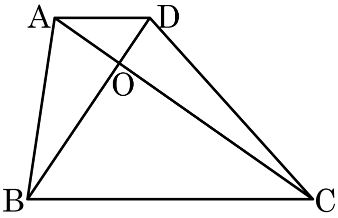
④ $\overline{BO} = \overline{DO}$　⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.

$\therefore\ \overline{AC} = \overline{BD}$

18. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, 이고 $\overline{\mathrm{OC}}=3\overline{\mathrm{AO}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOB}=9\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

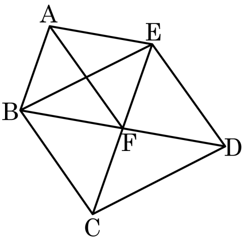
$\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, $\triangle\ ABO=\triangle\mathrm{DOC}=9\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{AOD}$, $\triangle\mathrm{DOC}$ 는 높이가 같다.

$\triangle\mathrm{DOC}\ :\ \triangle\mathrm{AOD}\ =\ 3\ :\ 1\ =\ 9\mathrm{cm}^2\ :\ \triangle\mathrm{AOD}$ $\quad\therefore\ \triangle\mathrm{AOD}\ =\ 3\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD}=\triangle\mathrm{AOD}+\triangle\mathrm{DOC}=9+3=12\mathrm{cm}^2$

19. 다음 □ABFE 와 □BCDE 는 모두 평행사변형이다. △ABF 의 넓이가 $6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □BCDE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $24\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

□ABFE 가 평행사변형이므로

$\triangle\mathrm{ABF} = \triangle\mathrm{EBF}$

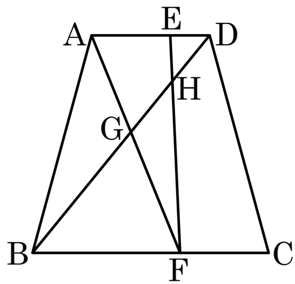
□BCDE 가 평행사변형이므로

$\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DF}}, \overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{EF}}$

$\square\mathrm{BCDE} = 4\triangle\mathrm{EBF} = 4\triangle\mathrm{ABF} = 4 \times 6$

$= 24(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 점 E에 대하여 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{ED}} = 2 : 1$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위의 점 F 에 대하여 $\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{FC}} = 5 : 3$ 이다. 두 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{EF}}$ 와 대각선 BD 의 교점이고, $\overline{\mathrm{BD}} = 9$, $2\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{GH}}$ 의 길이는?



① $\frac{20}{19}$ ② $\frac{23}{19}$ ③ $\frac{25}{19}$ ④ $\frac{30}{19}$ ⑤ $\frac{40}{19}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{ED}} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{ED}} = k$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BF}} = 6k \times \frac{5}{8} = \frac{15}{4}k$,

$\overline{\mathrm{FC}} = 6k \times \frac{3}{8} = \frac{9}{4}k$

$\overline{\mathrm{BG}} // \overline{\mathrm{GD}} = 5 : 4$ 이므로 $\overline{\mathrm{BG}} = \frac{5}{9} \times 9 = 5$

또한 $\overline{\mathrm{BH}} : \overline{\mathrm{HD}} = \overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{ED}} = \frac{15}{4}k : k = 15 : 4$

따라서 $\overline{\mathrm{BH}} : \overline{\mathrm{HD}} = 15 : 4$ 이므로 $\overline{\mathrm{BH}} = \frac{15}{19} \times 9 = \frac{135}{19}$

$\therefore \overline{\mathrm{GH}} = \overline{\mathrm{BH}} - \overline{\mathrm{BG}} = \frac{135}{19} - 5 = \frac{40}{19}$