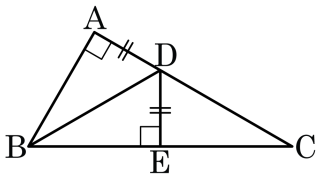


1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형의 변 $\overline{AC}$ 위의 한 점 D에서 변 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 E 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이면, $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선임을 증명할 때, 이용되는 합동 조건은?



① SSS 합동

② SAS 합동

③ ASA 합동

④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$$\angle A = \angle E = 90^\circ$$

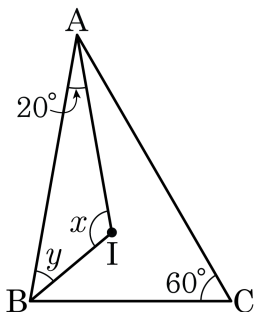
$$\overline{AD} = \overline{ED}$$

$\overline{BD}$ 는 공통

$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ (RHS 합동)

$$\therefore \angle ABD = \angle DBE$$

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



- ① $\angle x = 120^\circ$, $\angle y = 40^\circ$ ② $\angle x = 115^\circ$, $\angle y = 45^\circ$
 ③ $\angle x = 110^\circ$, $\angle y = 50^\circ$ ④ $\angle x = 125^\circ$, $\angle y = 35^\circ$
 ⑤ $\angle x = 130^\circ$, $\angle y = 30^\circ$

해설

$$\angle A = 2 \times 20 = 40^\circ$$

$$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$$

$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$40^\circ + 2\angle y + 60^\circ = 180^\circ$$

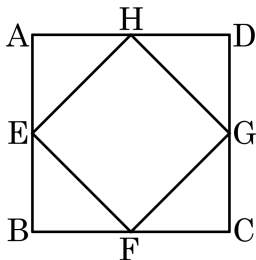
$$\therefore \angle y = 40^\circ$$

$\triangle ABI$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$20^\circ + 40^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 120^\circ$$

3. 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 이은 사각형은 어떤 사각형인지 구하는 과정이다. 안에 알맞은 말은?



$\triangle AEH \cong \triangle EBF \cong \triangle FCG \cong \triangle GDH$ 이므로

$$\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GF}$$

또한 $\angle EFG = \angle HEF = \angle GHE = \angle FGH = 90^\circ$

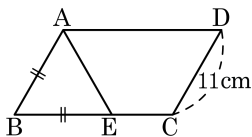
$\therefore \square GFEH$ 는 이다.

- ① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
 ④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각이 90° 로 모두 같다.

4. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이다. $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



- ① 8cm ② 9cm ③ 10cm
 ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{3} = 120^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$$

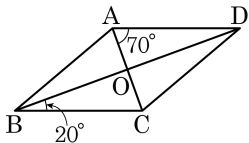
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BAE = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

따라서 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AE} = \overline{AB} = 11$ (cm)

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 70^\circ$, $\angle DBC = 20^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

$\angle ADO = 20^\circ (\because \text{엇각})$

따라서 $\angle AOD$ 는 직각이고 두 대각선이 직교하는 것은 마름모이다.

$\therefore \angle BDC = 20^\circ$

6. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴

② 평행사변형

③ 마름모

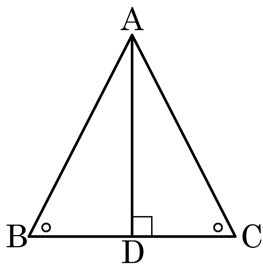
④ 직사각형

⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

7. ‘두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.’를 보이기 위해 사용된 합동의 조건은 무엇인지 써라.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

i) $\angle B = \angle C$

ii) $\angle ADB = \angle ADC$ 이고

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$\angle BAD = \angle CAD$

iii) $\overline{AD}$ 는 공통

따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ 이므로 합동

$\therefore \triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle B = \angle C,$

$\angle ADB = (\angle ADC)$

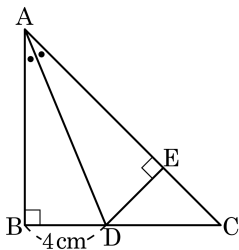
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $(180)^\circ$ 이므로

$\angle BAD = (\angle CAD)$

$(\overline{AD})$ 는 공통

따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변 삼각형이다.

8. 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D , D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하자. $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle EDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : 8cm^2

해설

$\angle C = 45^\circ$ 이므로 $\triangle EDC$ 는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\overline{AD}$ 는 공통 ... ㉠

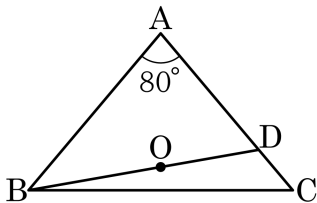
$\angle ABD = \angle AED = 90^\circ \dots$ ㉡

$\angle BAD = \angle EAD \dots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동)이다.

따라서 $\overline{ED} = \overline{BD} = 4$ 이므로 $\triangle EDC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에 대해서 점 B에서 외심 O를 거쳐 변 AC까지 선분 $\overline{BD}$ 를 그었다. $\angle A = 80^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB$$

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50^\circ$

보조선 $\overline{OC}$ 를 그으면

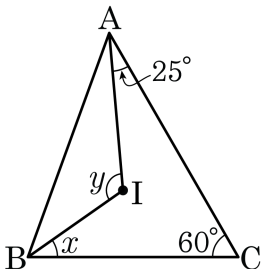
$$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160^\circ$$

점 O가 외심이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OBC = \angle OCB = 10^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50^\circ - 10^\circ = 40^\circ$$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 120°

② 125°

③ 145°

④ 155°

⑤ 165°

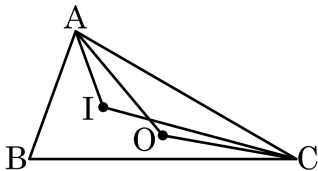
해설

i) $\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ$

ii) $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ \therefore \angle x = 35^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 155^\circ$

11. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O와 I는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle AOC - \angle AIC = 15^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기 = () $^\circ$ 이다.
빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 20

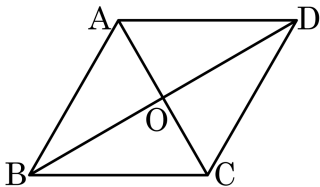
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ\right) = 15^\circ$ 일 때, $\angle B = 70^\circ$ 이다.

$\angle B = 70^\circ$ 이고, $\angle AOC = 140^\circ$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심), $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20^\circ$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle ADB = \angle ACB$

③ $\overline{BO} = \overline{DO}$

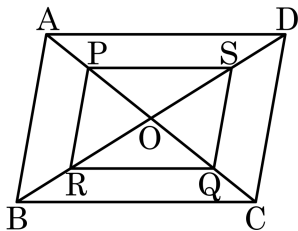
④ $\angle BAC = \angle ACD$

⑤ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 위에 $\overline{AP} = \overline{CQ}$, $\overline{BR} = \overline{DS}$ 를 만족하는 점 P, Q, R, S 를 잡을 때, $\square PRQS$ 가 평행사변형이 되는 조건은?



- ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ② 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
- ⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{CQ}$, $\overline{BR} = \overline{DS}$ 이므로

$\therefore \overline{PO} = \overline{QO}$, $\overline{RO} = \overline{SO}$

14. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴

㉡ 등변사다리꼴

㉢ 직사각형

㉣ 정사각형

㉤ 마름모

㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

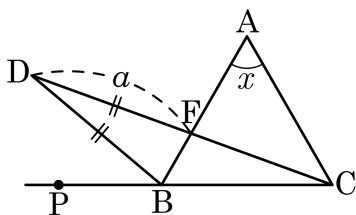
▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle BDF$ 는 $\overline{DB} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다. 주어진 [조건]에 따랐을 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 a 로 나타내어라.



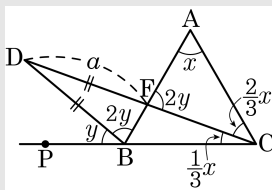
- ㉠ $\angle DCB = \frac{1}{3}\angle x$
 ㉡ $\angle DCA = \frac{2}{3}\angle x$
 ㉢ $2\angle DBP = \angle DBF = \angle DFB$

▶ 답 :

▷ 정답 : $3a$

해설

$\angle PBD = \angle y$ 라고 하면



$\triangle AFC$ 에서 $2\angle y + \frac{5}{3}\angle x = 180^\circ$ 이고

또 $\angle A + \angle ACB = \angle PBA$ 이므로

$2\angle x = 3\angle y$ 에서 $\angle y = \frac{2}{3}\angle x$ 이다.

따라서 $2\left(\frac{2}{3}\angle x\right) + \frac{5}{3}\angle x = 180^\circ$ 이므로 $\angle x = 60^\circ, \angle y = 40^\circ$

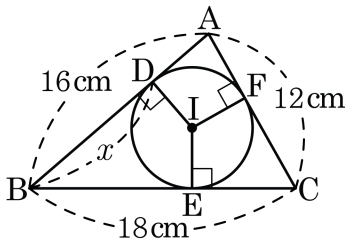
$\triangle ABC$ 는 정삼각형

$\triangle BDF$ 와 $\triangle DBC$ 에서 $\angle BDF = 20^\circ, \angle BCD = 20^\circ$ 이므로

$\triangle DBC$ 는 $\overline{BD} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형

따라서 $\overline{BC} = a$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $3a$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

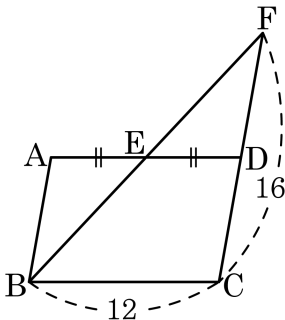
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 16 - x + 18 - x = 34 - 2x$$

$$\therefore x = 11(\text{cm})$$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}$ 의 중점을 E, $\overline{BE}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 F라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

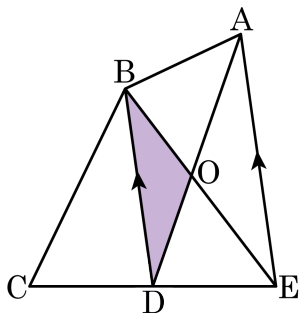
▷ 정답: 8cm

해설

$\triangle AEB \cong \triangle DEF$ (ASA) 이므로

$\overline{AB} = \overline{DF} = \overline{CD} = 16 \div 2 = 8(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$, $\triangle BCE = 40\text{cm}^2$, $\triangle ODE = 10\text{cm}^2$, $\overline{BD}$ 가 $\square ABCD$ 의 넓이를 이등분할 때, $\triangle OBD$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ 이므로 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle ABD = \triangle EDB$

여기서 $\triangle OBD$ 는 공통이므로 $\triangle OAB = \triangle ODE = 10(\text{cm}^2)$

$\square ABCD = \triangle BCD + \triangle ABD = \triangle BCD + \triangle BDE = \triangle BCE = 40(\text{cm}^2)$

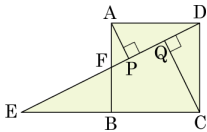
$\overline{BD}$ 가 $\square ABCD$ 를 이등분하므로

$\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle BCD = \triangle BDE = \triangle OBD + \triangle ODE = \triangle OBD + 10(\text{cm}^2)$

$\frac{40}{2} = \triangle OBD + 10$

$\therefore \triangle OBD = 10(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림에서 ABCD는 정사각형이다. $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 점 E를 잡고, $\overline{ED}$ 위에 점 A, C에서 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{AF} = 10\text{ cm}$, $\overline{DQ} = 8\text{ cm}$ 이다. 이 때, $\overline{AP}$ 의 길이로 알맞은 것은?



① 6 cm

② 8 cm

③ 10 cm

④ 12 cm

⑤ 14 cm

해설

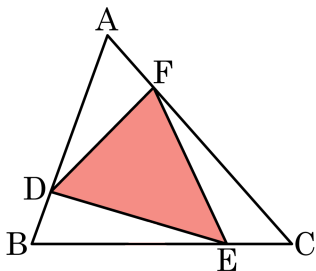
$\triangle APD$ 와 $\triangle DQC$ 에서

$\angle ADP = \angle DCQ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\angle APD = \angle DQC$

$\triangle APD \equiv \triangle DQC$ (RHA합동)

$\therefore \overline{DQ} = \overline{AP} = 8\text{ (cm)}$

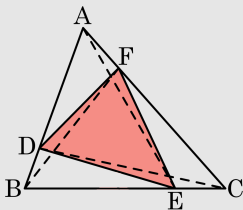
20. 다음 그림에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 3 : 1$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 160 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설



$$\triangle ADF = \triangle BDE = \triangle CEF = \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \triangle ABC = \frac{3}{16} \triangle ABC = 30$$

$$\therefore \triangle DEF = \triangle ABC - 3\triangle ADF = 70$$