

1. 사차방정식  $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$  의 모든 해의 곱을 구하면?

① -8

② -2

③ 1

④ 4

⑤ 8

해설

$$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$$

$$\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}-8=0$$

$$(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$$

$$x^2+x=t \text{ 라 하면, } t(t-2)-8=0$$

$$\therefore t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$$

근과 계수와의 관계에 의해서, 근을  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  라 하면  $\therefore$  모든 해의 곱은  $-8$

해설

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로  $-8$  (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼 것이 모든 해의 곱이다.)

2. 삼차방정식  $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$$

$x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 1 & -6 & 11 & -30 \\ & & 5 & -5 & 30 \\ \hline & 1 & -1 & 6 & 0 \end{array}$$

$$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

3. 사차방정식  $x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 모든 해의 총합은?

①  $-2\sqrt{2}i$

②  $\sqrt{2}i$

③  $-2$

④  $-1$

⑤  $1$

해설

(준식)  $= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 2x + 3) = 0$

실근의 합은  $1 + (-1) = 0$

허근의 합은  $-2$

모든 근의 합은  $-2$

4. 사차방정식  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$  에서

$x = 1, x = -1$  을 대입하면 성립하므로

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1, 2$$

따라서 최대의 근은 2

5. 사차방정식  $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서

$x^2 = t$ 로 치환하면

$t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$

$\therefore t = -5$  또는  $t = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{5}i$  또는  $x = \pm\sqrt{2}$

따라서 모든 실근의 곱은

$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

6. 방정식  $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $a$ 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

①  $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

②  $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③  $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④  $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤  $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

### 해설

$x = -1$ 이 근이므로  $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서  $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$ , 나머지 근은  $1 \pm \sqrt{2}$

7. 삼차방정식  $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가)  $\alpha + \beta + \gamma$

(나)  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

(다)  $\alpha\beta\gamma$

①  $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$

②  $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$

③  $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

④  $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$

⑤  $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

### 해설

삼차방정식  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

8. 삼차방정식  $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이  $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

- ①  $-10$       ②  $-5$       ③  $0$       ④  $5$       ⑤  $10$

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이  $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은  $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

9. 다음 중  $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

①  $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

②  $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③  $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④  $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤  $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

### 해설

한 근이  $1+i$ 이면

다른 한 근은  $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

$\therefore$  ①이 조건에 맞다

10. 삼차방정식  $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이  $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단,  $a, b$ 는 유리수)

①  $1 - \sqrt{2}, 2$

②  $-1 + \sqrt{2}, -3$

③  $1 - \sqrt{2}, 3$

④  $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤  $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이  $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은  $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$$

$\therefore$  다른 두 근은  $3, 1 - \sqrt{2}$

11.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 를 } \omega \text{ 라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

12.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$  이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는  $a$  값은?

①  $a = -1$

②  $a = 1$

③  $a = \pm 1$

④  $a \neq \pm 1$  인 모든 실수

⑤ 없다.

### 해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는  $a$ 의 값은  $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

13. 다음 연립방정식을 만족하는  $(x, y, z)$ 가 바르게 짝지어진 것은?

$$3x - y = y + z = 3x - z = 1$$

①  $(1, 1, 1)$

②  $(-1, 1, 2)$

③  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

④  $(1, \frac{1}{2}, 1)$

⑤  $(0, \frac{1}{2}, 1)$

해설

$$3x - y = 1, y + z = 1, 3x - z = 1$$

변변끼리 모두 더하면,  $6x = 3, x = \frac{1}{2}$

각각 대입하면,  $y = \frac{1}{2}, z = \frac{1}{2}$

$$\therefore (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

14. 연립방정식 
$$\begin{cases} x + y + z = 4 & \dots\dots ① \\ x - y - 2z = 3 & \dots\dots ② \\ x + 2y - 3z = -1 & \dots\dots ③ \end{cases}$$
 을 만족하는  $x, y, z$  를 순

서대로 구하면?

①  $-1, 0, 1$

②  $5, -1, 1$

③  $4, 0, 1$

④  $4, -1, 1$

⑤  $4, -1, 3$

해설

① - ② 에서  $2y + 3z = 1 \dots\dots ④$

② - ③ 에서  $-3y + z = 4 \dots\dots ⑤$

④ - ⑤  $\times 3$  에서  $y = -1$  을 ⑤ 에 대입하면  $z = 1$

또,  $y = -1, z = 1$  을 ① 에 대입하면  $x = 4$

$\therefore x = 4, y = -1, z = 1$

15. 연립방정식 
$$\begin{cases} x + 2y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ 2y + 3z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}} \\ x + 3z = 0 & \cdots \cdots \textcircled{\text{㉢}} \end{cases}$$

의 해를  $x = a, y = b, z = c$ 라 할 때,  $a(b + c)$ 의 값을 구하면?

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{5}$

⑤  $\frac{1}{6}$

해설

㉡ - ㉢에서  $2y - x = 0 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉣}}$

㉠ + ㉣에서  $4y = 2 \quad \therefore y = \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{\text{㉤}}$

㉠, ㉡, ㉣에서  $x = 1, z = -\frac{1}{3}$

$\therefore a(b + c) = 1 \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{6}$

16. 연립방정식 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 3 \\ x + y + 2z = 5 \end{cases}$$
 의 해를  $x = a, y = b, z = c$  라 할

때,  $abc$  의 값은?

① -14

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 14

해설

$$\begin{cases} 2x + y + z = 12 \quad \text{㉠} \\ x + 2y + z = 3 \quad \text{㉡} \\ x + y + 2z = 5 \quad \text{㉢} \end{cases}$$

㉠ + ㉡ + ㉢ 을 하면  $4(x + y + z) = 20$

$\therefore x + y + z = 5 \quad \text{㉣}$

㉠ - ㉣ 에서  $x = 7$

㉡ - ㉣ 에서  $y = -2$

㉢ - ㉣ 에서  $z = 0$

$\therefore a = 7, b = -2, c = 0$

$\therefore abc = 0$

17. 연립방정식  $\begin{cases} x+y=5 \\ y+z=6 \\ z+x=7 \end{cases}$  을 풀면?

①  $x=2, y=3, z=4$

②  $x=2, y=3, z=-4$

③  $x=2, y=3, z=5$

④  $x=2, y=-3, z=4$

⑤  $x=3, y=2, z=4$

해설

주어진 식을 모두 더하면

$$2(x+y+z) = 18, \quad x+y+z = 9 \quad \cdots \textcircled{7}$$

다시 주어진 식에  $\textcircled{7}$ 을 각각 대입한다.

$$\Rightarrow x=3, \quad y=2, \quad z=4$$

18. 연립방정식  $\begin{cases} y = x + 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{cases} y = x + 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5, 2x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$2(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -2$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } y = 2,$$

$$x = -2 \text{ 일 때, } y = -1$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta = 3$$

19. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$  의 해를 순서쌍  $(x, y)$  으로 나타내면?

①  $(2, 1)$

②  $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③  $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$

④  $(\sqrt{3}, 1)$

⑤  $(\frac{5}{3}, \frac{2}{3})$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \dots \textcircled{㉠} \\ x - y = 1 \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을  $y = x - 1$ 로 변형하여

㉠에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

20. 연립방정식  $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$  을 풀 때,  $xy$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$5 = 1^2 + 2xy$$

$$\therefore xy = 2$$

21. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

①  $3\sqrt{2}$

② 4

③  $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$  또는  $x = 2y$

i)  $x = y$  일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, y = \pm 2$

ii)  $x = 2y$  일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

22. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x + y$  값이 될 수 없는 것은?

①  $3\sqrt{2}$

② 4

③  $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x - y)(x - 2y)$$

$$\Rightarrow (x - y)(x - 2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i)  $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii)  $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

23. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$  의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \dots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \dots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면  $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$