1. 다항식 $2xy^2+x^2y-3x+x^3-1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x 에 대한 삼차식이다.

② y 에 대한 이차식이다.

③ x^2 의 계수는 y 이다.

④ x 의 계수는 $2y^2-3$ 이다.

⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항 : x^3-3x-1

2. 다음 두 다항식 A, B에 대하여 $A-B$를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy,\ B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$
② $5x^2 - xy - 3y^2$
③ $5x^2 + xy + 3y^2$
④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$
⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

3. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $i^4 = -1$

② $x^2 = -9$ 를 만족하는 실수는 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{-27} = 3\sqrt{3}i$

④ $2 \in \{x \mid x$는 복소수$\}$

⑤ $a + bi$ 에서 $a = 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 순허수이다.(단, a, b 는 실수)

해설

$i^2 = -1 \quad \rightarrow \quad i^4 = 1$

5. 등식 $\frac{x}{1+2i}+\frac{y}{1-2i}=1-\frac{i}{5}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $16xy$ 의 값은?

① 97 ② 98 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$(\text{좌변})=\frac{x}{1+2i}+\frac{y}{1-2i}$$

$$=\frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}+\frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}$$

$\frac{(x+y)+2(y-x)i}{5}$ 이므로

$$\frac{x+y}{5}+\frac{2(y-x)i}{5}=1-\frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5}=1\,,\ \frac{2(y-x)}{5}=-\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x=\frac{11}{4},\ y=\frac{9}{4}$$

$$\therefore\ 16xy=16\cdot\frac{11}{4}\cdot\frac{9}{4}=99$$

6. $\frac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a , b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i}=\frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$$

$\therefore a-b=2$

7. x에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k는 상수)

① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$를 대입하면

$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$

$4k - 2 - k - 7 = 0,\ 3k = 9,$

$\therefore\ k = 3$

$3x^2 - x - 10 = 0,\ (3x+5)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 2, -\frac{5}{3}$

8. x에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k의 값의 범위는?

① $k < -2$　② $-1 < k < 0$　③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$　⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$

9. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7 (-3 \le x \le 1)$ 의 최댓값을 a, 최솟값을 b라 할 때, $a + b$의 값을 구하면?

① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x+1)^2 + 8$이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
$x = -3$일 때 $y = -(-3+1)^2 + 8 = 4$
$x = 1$일 때 $y = -(1+1)^2 + 8 = 4$이다.
따라서 최댓값 $a = 8$이고, 최솟값 $b = 4$이므로 $a + b = 12$

10. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$의 모든 근의 합은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3 + 3^3 = 0,\ (x+3)(x^2 - 3x + 9) = 0$

$\therefore x = -3, \dfrac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$

합 : $-3 + \dfrac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \dfrac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$

해설

$x^3 + 27 = 0$에서 x^2의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

11. 실수 a, b에 대하여 $a > b$일 때, 다음 <보기> 중 항상 성립하는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $|a| > |b|$　　㉡ $a^3 > b^3$

㉢ $a^2 > b^2$　　㉣ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉡ , ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a > 0 > b$인 경우에서는 b의 절댓값이 더 클 수도 있다.
㉢ ㉠과 같은 맥락에서 생각해 볼 수 있다.
㉣ 역시 $a > 0 > b$인 경우 역수를 취하여도 부등호 방향은 변하지 않는다.

12. $-6 < a \le 12$, $3 < b \le 4$ 일 때, ab 값의 범위를 구하면?

① $-3 < ab \le 16$　② $-10 \le ab \le 9$　③ $-10 < ab < 9$

④ $-24 < ab \le 48$　⑤ $-2 \le ab \le 4$

해설

$-6 < a \le 12$ ····· ㉠

$3 < b \le 4$ ····· ㉡

㉠ × ㉡

$-6 \times 4 < ab \le 12 \times 4$

13. 부등식 $3x+2 \geq 8$을 풀면?

① $x \geq -2$　② $x \geq -1$　③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$　⑤ $x \geq 2$

해설

$3x+2 \geq 8$, $3x \geq 6$ $\therefore x \geq 2$

14. 두 실수 a, b에 대하여 부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$의 해는?

① $x > 0$ ② $x > 1$ ③ $x > 2$ ④ $x > 3$ ⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$로 부등호의 방향이 바뀌었으므로
$a < 0$
이때, $x < \frac{b}{a}$에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$
따라서 $bx > 2a + 4b$에서 $b = -2a$를 대입하면
$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$
$-2ax > -6a$
$a < 0$에서 $-2a > 0$이므로
$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$

15. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2+4x-4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq -1,\ \dfrac{2}{3} < x < 1$　② $-1 < x \leq -3,\ \dfrac{2}{3} \leq x < 2$

③ $-2 < x \leq 0,\ \dfrac{1}{3} < x < 1$　④ $-3 < x \leq -2,\ \dfrac{2}{3} \leq x < 1$

⑤ $-4 < x \leq -2,\ \dfrac{1}{3} < x < 1$

해설

$\begin{cases} 3x^2+4x-4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$이므로

$x \leq -2$ 또는 $x \geq \dfrac{2}{3}$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2$,

$-3 < x < 1$이므로

$-3 < x \leq -2,\ \dfrac{2}{3} \leq x < 1$

16. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$ ② $4x^2 - 7x + 3$ ③ $4x^2 - 4x + 5$
④ $4x^2 - 8x + 2$ ⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.
몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$
∴ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

17. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 18

해설

$$f(x) = x^3+mx^2+nx+1$$
$$= (x+1)Q(x)+5$$

$$f(x) = x^3+mx^2+nx+1$$
$$= (x-2)Q'(x)$$

$$\therefore f(-1) = -1+m-n+1 = 5$$

$$f(2) = 8+4m+2n+1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6},\ n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3},\ -3(m+n) = 14$$

18. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$가 $x - 2$로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면
$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$
$\therefore\ 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots\cdots$㉠
또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면
$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$
$\therefore\ 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots\cdots$㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -13,\ b = 8$

19. $a^2b+b^2c-b^3-a^2c$을 인수분해하면?

① $(a+b)(a-b)(b+c)$ ② $(a-b)(b-c)(c+a)$

③ $(a-b)(a+b)(b-c)$ ④ $(a-b)(a+b)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}&a^2b+b^2c-b^3-a^2c\\&=a^2(b-c)-b^2(b-c)\\&=(a-b)(a+b)(b-c)\end{aligned}$$

20. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$　② $a - b^2$　③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$　⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$
\begin{aligned}
&a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\
&= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\
&= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\
&= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2)
\end{aligned}
$$

21. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

22. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

23. 임의의 두 복소수 a, b 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a + b)$ 로 정의한다. $\mathrm{Z} = \dfrac{5}{2 - \mathrm{i}}$ 일 때, $\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}}$ 의 값은?

① 1　② $1 + 2i$　③ $1 - 2i$

④ -1　⑤ $2 - 2i$

해설

$\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}} = Z\overline{Z} - (Z + \overline{Z})$, $Z = 2 + i$, $\overline{\mathrm{Z}} = 2 - i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5 - 4 = 1$ 답은 ①

24. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}=13$, $z+\bar{z}=4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2-2i$ ② $2\pm3i$ ③ $2\pm\sqrt{3}i$

④ $3\pm2i$ ⑤ $4\pm3i$

해설

$z=a+bi$ $(a,\ b$ 는 실수$)$로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로
$z\bar{z}=13$, $z+\bar{z}=4$ 에서
$(a+bi)(a-bi)=13$, $(a+bi)+(a-bi)=4$
$a^2+b^2=13$, $2a=4$
$\therefore\ A=2,\ b=\pm3$
$z=2\pm3i$

25. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면
$(x+2)^2 = (-i)^2$ 이므로
$x^2 + 4x = -5$
$\therefore\ x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

26. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 6, b일 때, $a + b$의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$의 그래프와
x축과의 교점의 x좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$의 실근이다.
$x^2 - 8x + a = 0$에 $x = 6$을 대입하면
$36 - 48 + a = 0$에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 6$
$\therefore\ b = 2\ \therefore\ a + b = 14$

27. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$가 $x = 1$에서 최솟값 1을 가지고 $f(2) = 3$을 만족시킬 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a + b + c$의 값은?

① -4 ② -3 ③ 1 ④ 4 ⑤ 7

해설

$f(x) = a(x-1)^2 + 1$ 에서 $f(2) = 3$ 이므로
$a + 1 = 3 \quad \therefore a = 2$
즉, $f(x) = 2(x-1)^2 + 1 = 2x^2 - 4x + 3$ 이므로
$b = -4,\ c = 3$
$\therefore a + b + c = 2 - 4 + 3 = 1$

28. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$의 모든 실근의 곱은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$에서
$x^2 = t$로 치환하면
$t^2 + 3t - 10 = 0$, $(t+5)(t-2) = 0$
$\therefore\ t = -5$ 또는 $t = 2$
$\therefore\ x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
$\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

29. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$의 한 근이 -1일 때, 상수 a의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$　② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$　④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$에서 $a = -3$
인수정리와 조립제법을 이용하면
(좌변) $= (x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$
$x^2 - 2x - 1 = 0$의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$
$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

30. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2-y}{3} = \dfrac{z+3}{5} \\ x+2y+3z=7 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=3$

▷ 정답: $y=-1$

▷ 정답: $z=2$

해설

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{2-y}{3}$ 에서

$3x+2y=7$ ……㉠

$\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{z+3}{5}$ 에서

$5x-2z=11$ ……㉡

$x+2y+3z=7$ ……㉢

㉠ − ㉢을 하면 $2x-3z=0$ ……㉣

㉡ × 3 − ㉣ × 2를 하면 $11x=33$

$\therefore\ x=3$ 이것을 ㉠, ㉡에 대입하면

$y=-1,\ z=2$

31. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

$(x-y)(x-2y)$

$\Rightarrow \quad (x-y)(x-2y) = 0$

$\Rightarrow \quad x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2 \quad \Rightarrow \quad y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

32. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

33. 이차부등식 $(k-1)x^2-2(k-1)x-2>0$이 해를 가지지 않도록 실수 k의 값의 범위는?

① $-1<k<1$　② $-1\le k\le 1$　③ $-1\le k<1$

④ $-2<k<1$　⑤ $-2\le k\le 1$

해설

해를 가지지 않으므로 모든 실수 x에 대하여
$k-1<0$이고
$(k-1)x^2-2(k-1)x-2\ge 0$이어야 한다.
ⅰ) $k-1<0$에서 $k<1$
ⅱ) $(k-1)x^2-2(k-1)x-2=0$의 판별식을
D라고 하면
$\frac{D}{4}=(k-1)^2+2(k-1)\le 0,\ k^2-1\le 0$
$(k+1)(k-1)\le 0 \quad \therefore -1\le k\le 1$
ⅰ), ⅱ)의 공통 범위를 구하면 $-1\le k<1$

34. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 $(x-1)^2$을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$이 되도록 상수 $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로

x^3+ax^2+bx+3

$=(x-1)^2(x+k)+2x+1$

$=x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$

양변의 계수를 비교하면

$a=k-2,\ b=3-2k,\ 3=k+1$

$k=2$이므로 $a=0,\ b=-1$

$\therefore\ a-b=0-(-1)=1$

35. $(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4$을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 512

해설

$(4x^2-3x+1)^5(x^3-2x^2-1)^4 = ax^{22}+bx^{21}+\cdots+c$
위의 식에 $x=1$을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
$\therefore$ (계수의 총합) $= 2^5\times(-2)^4 = 512$

36. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$로 나누면 나머지는 -4이고, 그 몫을 $x+2$로 나누면 나머지는 2이다. 이때, $f(x)$를 $x+2$로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$라 하면
$f(-2)=-5Q(-2)-4$
그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

37. 복소수 $z=(1+i)x+1-2i$에 대하여 z^2이 음의 실수일 때, 실수 x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=-1$

해설

$z = (1+i)x+1-2i = (x+1)+(x-2)i$
z^2의 음의실수 $\Leftrightarrow$ z가 순허수
$\therefore\ x+1=0,\ \ x=-1$

38. 방정식$|x-3|+|x-4|=2$의 해의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

i) $x<3$일 때,
$-(x-3)-(x-4)=3,\ -2x=-5$
$\therefore\ x=\dfrac{5}{2}$
ii) $3\le x<4$일 때
$(x-3)-(x-4)=2,\ 0\cdot x=1$
$\therefore$ 해가 없다.
iii) $x\ge 4$일 때
$x-3+x-4=2,\ 2x=9$
$\therefore\ x=\dfrac{9}{2}$
따라서 $x=\dfrac{5}{2},\ \dfrac{9}{2}$이고 그 합은 7

39. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 b를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, c를 잘못 보아 -1, 4의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(i) b를 잘못 본 경우
a와 c는 옳으므로 두 근의 곱은
$\frac{1}{2}\cdot 4=\frac{c}{a}$ $\therefore\ c=2a$
(ii) c를 잘못 본 경우
a와 b는 옳으므로 두 근의 합은
$-1+4=3=-\frac{b}{a}$ $\therefore\ b=-3a$
(i), (ii)에서 주어진 방정식은
$ax^2-3ax+2a=0$
$a\neq 0$이므로 $x^2-3x+2=0$
$(x-1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=2$
따라서 근의 합은 3이다.

40. x, y가 실수일 때, $x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$x^2 - 6x + 2y^2 + 4y + 7$
$= (x-3)^2 + 2(y+1)^2 - 4$이므로
$x = 3,\ y = -1$일 때, 최솟값 -4를 갖는다.

41. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ x^2+2xy+y^2 \quad =1 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$y=x-3$을 이차식에 대입하면
$x^2+2x(x-3)+(x-3)^2=1$
$x^2-3x+2=0$
$\therefore\ x=1, 2$
(i) $x=1$일 때 $y=-2$
(ii) $x=2$일 때 $y=-1$
따라서 $xy=-2$

42. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

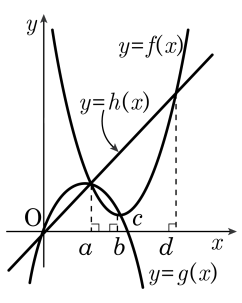
해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2+3t-4=0$ 의 두 근이므로
$(t-1)(t+4)=0$ 에서
$t=1$ 또는 $t=-4$
따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

$\therefore\ 1+(-4)+(-4)+1=-6$

43. 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) \le g(x) \le h(x)$ 의 해는?



① $0 \le x \le a$ ② $a \le x \le b$

③ $b \le x \le c$ ④ $c \le x \le d$

⑤ $a \le x \le d$

해설

그래프에서 $f(x) \le g(x) \le h(x)$ 인 부분을 찾는다. $\Rightarrow a \le x \le b$

44. 이차식 $f(x)$를 각각 $x-3, x+1$로 나눈 나머지는 같고, $f(1)=0$일 때, $\frac{f(4)}{f(-4)}=\frac{n}{m}$ (m, n은 서로소)이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

$f(1)=0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$을 인수로 갖는다.
$\therefore\ f(x)=(x-1)(ax+b)$
$f(3)=f(-1)$ 이므로 $2(3a+b)=-2(-a+b)$
$\therefore\ a=-b$
$\frac{f(4)}{f(-4)}=\frac{3(4a+b)}{-5(-4a+b)}=\frac{-9b}{-25b}=\frac{9}{25}$
$\therefore\ m=25,\ n=9$

45. $x^2+5xy+ay^2+y-2$가 x, y의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{8}{49}$ ② $\frac{49}{8}$ ③ 49 ④ 8 ⑤ 0

해설

$x^2+5xy+ay^2+y-2$를 x에 대해 정리하면
$x^2+5yx+ay^2+y-2$
이 이차식이 두 개의 일차식으로 인수분해 되려면
판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.
$D=(25-4a)y^2-4y+8$
$\frac{D'}{4}=4-8(25-4a)=0,$
$4-200+32a=0$
$\therefore\ a=\frac{49}{8}$

46. 방정식 $3x^2+5x-2=0$의 두 근을 α,β라 하고 방정식 $5x^2+4x+3=0$의 두 근을 γ,δ라 할 때, $\dfrac{1}{\alpha\gamma}+\dfrac{1}{\beta\gamma}+\dfrac{1}{\delta\beta}+\dfrac{1}{\delta\alpha}$의 값은?

① $-\dfrac{10}{3}$ ② $-\dfrac{7}{3}$ ③ $-\dfrac{4}{3}$ ④ $-\dfrac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{3}$, $\alpha\beta=-\dfrac{2}{3}$, $\gamma+\delta=-\dfrac{4}{5}$, $\gamma\delta=\dfrac{3}{5}$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\alpha\gamma}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\delta\beta}+\frac{1}{\delta\alpha}\\
&=\frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)+\frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha}\right)\\
&=\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\delta}\right)\\
&=\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right)\left(\frac{\gamma+\delta}{\gamma\delta}\right)\\
&=\frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{2}{3}}\times\frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{10}{3}
\end{aligned}$$

47. x에 관한 이차방정식 $x^2-k(k+3)x+k^2-1=0$의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 k의 조건은?

① $-1<k\le 1$　② $-1<k<1$　③ $0<k\le 2$
④ $-1\le k\le 0$　⑤ $-1\le k\le 1$

해설

이차방정식의 두 근을 α, β라 하자.
(ⅰ) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,
$\alpha\beta=k^2-1<0$, $(k+1)(k-1)<0$
$\therefore\ -1<k<1$
(ⅱ) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,
$\alpha+\beta=k(k+3)>0$　$\therefore\ k>0$, $k<-3$
$\alpha\beta=k^2-1=0$　$\therefore\ k=\pm 1$
따라서, $k=1$
그러므로, (ⅰ)과 (ⅱ)에서 $-1<k\le 1$

48. 삼차방정식 $x^3-2x^2-4x+k=0$ 의 세 근 α,β,γ 에 대하여 $(\alpha+\beta)(\beta+\gamma)(\gamma+\alpha)=\alpha\beta\gamma$ 를 만족할 때, k 의 값을 구하면?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

$\alpha+\beta+\gamma=2,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-4,\ \alpha\beta\gamma=-k$ 이므로

$\alpha+\beta=2-\gamma,\ \beta+\gamma=2-\alpha,\ \gamma+\alpha=2-\beta$

주어진 식은 $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)=\alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8-4(\alpha+\beta+\gamma)+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma=\alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8-8-8+k=-k$

$\therefore\ k=4$

49. 이차방정식 $x^2+mx-m+1=0$이 양의 정수근 $\alpha,\beta(\alpha<\beta)$를 가질 때, $\alpha^2+\beta^2+m$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha+\beta=-m & \cdots① \\ \alpha\beta=-m+1 & \cdots② \end{cases}$$

② -①을 하면 $\alpha\beta-\alpha-\beta=1$, $(\alpha-1)(\beta-1)=2$

α,β 가 양의 정수이므로

$\alpha-1=1,\beta-1=2$ 또는 $\alpha-1=2,\beta-1=1$

$\therefore\ (\alpha,\beta)=(2,3),(3,2)$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=13$

$\alpha+\beta=-m$ 이므로 $m=-5$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2+m=13+(-5)=8$

50. x에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a의 값의 범위는?

① $-4 \le a < -3,\ 2 < a \le 3$ ② $-3 \le a < -2,\ 3 < a \le 4$

③ $-2 \le a < -1,\ 4 < a \le 5$ ④ $-4 < a \le -3,\ 2 \le a < 3$

⑤ $-3 < a \le -2,\ 3 \le a < 4$

해설

$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$

$\Leftrightarrow\ x > \frac{1}{2}$ 또는 $x < -\frac{1}{3}$ ……㉠

$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$

(i) $a > -1$이면 $-1 < x < a$ ……㉡

㉠과 ㉡의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$2 < a \le 3$

(ii) $a = -1$이면 해가 없다.

(iii) $a < -1$이면 $a < x < -1$ ……㉢

㉠, ㉢의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 −3과 −2)

$\therefore\ -4 \le a < -3$

(i),(ii)(iii)에서 $-4 \le a < -3,\ 2 < a \le 3$