

1. $A = 2x^2 + 5xy - 3y^2$, $B = 4x^2 - 5xy + y^2$, $C = -x^2 + 4y^2$ 일 때,
 $2A - \{B - (2C - 3A)\}$ 를 간단히 하면?

① $8x^2 + 30xy - 24y^2$

② $8x^2 - 30xy - 24y^2$

③ $-8x^2 + 30xy - 24y^2$

④ $-8x^2 + 10y^2$

⑤ $-8x^2 - 10y^2$

해설

$$\begin{aligned} 2A - \{B - (2C - 3A)\} &= 2A - B + 2C - 3A \\ &= -A - B + 2C \\ &= -8x^2 + 10y^2 \end{aligned}$$

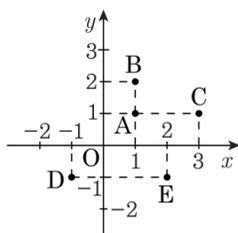
2. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3. $z = a + bi$ 에서 실수 부분은 x 좌표, 허수 부분은 y 좌표라 하고, 좌표평면 위에 복소수를 순서쌍으로 표시한다고 하자. $\frac{1+2i}{i}$ 를 좌표평면에 표시하였을 때의 점을 고르면?



- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$$\frac{1+2i}{i} = \frac{(1+2i)i}{i \cdot i} = \frac{i-2}{-1} = 2-i \text{ 이므로}$$

좌표를 (실수부, 허수부) 라 하면 (2, -1) 이므로
주어진 좌표는 E 이다.

4. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$ 을 계산하면?

- ① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2\sqrt{2}i}(3\sqrt{2}i-6\sqrt{2}i+4\sqrt{2}i) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}i} \times \sqrt{2}i \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

5. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

- ① 0 ② 3 ③ $7 - 2i$ ④ $7 - i$ ⑤ $7 + i$

해설

$$\begin{aligned} & \alpha = 1 + i, \beta = 2 - i \text{에서 } \bar{\alpha} = 1 - i, \bar{\beta} = 2 + i \text{이므로} \\ & \alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ &= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i) \\ &= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i) \\ &= 7 - i \end{aligned}$$

6. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

7. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (3x + 1)(x - 1) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1 \\ \therefore 3A + B &= 0 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

10. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고 판별식을 D 라고 할 때 $|\alpha - \beta|$ 는 다음 중 어느 것과 같은가?

- ① $\frac{\sqrt{D}}{a}$ ② $\frac{-\sqrt{D}}{a}$ ③ $\frac{\sqrt{D}}{|a|}$
④ $-\frac{\sqrt{D}}{|a|}$ ⑤ $-\frac{D}{|a|}$

해설

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$\text{즉 } \alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \text{ (단, } D = b^2 - 4ac \text{)}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \left| \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a} \right|$$

$$= \left| \frac{2\sqrt{D}}{2a} \right| = \frac{\sqrt{D}}{|a|}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$a + b = 3, ab = 1$ 이므로

$$\therefore (a^2 + b^2) = (a + b)^2 - 2ab = 3^2 - 2 \cdot 1 = 7$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

13. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
 $x = -3$ 일 때 $y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$
 $x = 1$ 일 때 $y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4$ 이다.
따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

14. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 16 &= 0 \text{ 에서} \\(x^2 - 4)(x^2 + 4) &= 0 \\(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) &= 0 \\ \therefore x &= \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i \\ \therefore \text{모든 해의 합은 } &(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0\end{aligned}$$

15. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2, y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x = 2, y = -3$ 을
두 방정식
 $2x + ay = 10, x - y = b$ 에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
 $\therefore a = -2$
 $2 - (-3) = b$
 $\therefore b = 5$
 $\therefore a + b = 3$

16. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$

이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다.
 $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

18. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

19. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다.

이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① -1, 0, 1

② -1, 1, 2

③ -2, -1, 1

④ -1, -1, -2

⑤ -1, 2

해설

$$x^2 - 2x - y^2 + 2y = (x+y)(x-y) - 2(x-y)$$

$$= (x-y)(x+y-2)$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

20. $x = \sqrt{3} + 2i$, $y = \sqrt{3} - 2i$ 일 때, $x^2 + xy + y^2$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

㉠ 5

㉡ 7

㉢ $2\sqrt{3} + 4i$

㉣ 12

㉤ $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$$x + y = 2\sqrt{3},$$

$$xy = (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5 \text{ 이다.}$$

21. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

- ① $x \geq 2$ ② $x \leq 3$ ③ $x \leq 2$
④ $x \geq 3$ ⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2+5x-6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}\text{이라면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

㉠ $x-3 \leq 0, x \leq 3$

㉡ $2-x \leq 0, x \geq 2$

㉠, ㉡을 동시에 만족시켜야 하므로

$\therefore 2 \leq x \leq 3$

22. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

② $(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})$

③ $(x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

④ $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⑤ $(x-1-\sqrt{2}i)(x-1+\sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$\therefore x^2 + 2x + 4$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$$

23. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

24. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ ($0 \leq x \leq 3$) 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$ 에서
 $x = 1$ 일 때 최솟값 : -4,
 $x = 3$ 일 때 최댓값 : 0
최댓값 + 최솟값 = -4

25. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근 $a = -\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

26. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

(좌변) $= (x+1)(x^2 - 2x - 1) = 0$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

$\therefore a = -3$, 나머지 근은 $1 \pm \sqrt{2}$

27. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

28. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$

② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$

③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$

④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면

다른 한 근은 $1-i$ 이다.

$$\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

주어진 조건에 맞는 방정식:

$$(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$$

\therefore ①이 조건에 맞다

29. 연립 방정식 $\begin{cases} x-y=5 \\ y+z=5 \\ z-x=2 \end{cases}$ 에서 $x+y+z$ 를 구하면?

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

세 다항식을 더하면, $2z = 12, z = 6$

$y + 6 = 5, y = -1$

$x + 1 = 5, x = 4$

$\therefore x + y + z = 4 - 1 + 6 = 9$

30. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=3 \\ z+x=4 \end{cases}$ 를 만족하는 x, y, z 를 구할 때, $x^2+y^2+z^2$

의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{cases} x+y=1 \cdots \textcircled{1} \\ y+z=3 \cdots \textcircled{2} \\ z+x=4 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \Rightarrow 2(x+y+z) = 8$$

$$x+y+z = 4 \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{1} \Rightarrow z = 3$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{2} \Rightarrow x = 1$$

$$\textcircled{4} - \textcircled{3} \Rightarrow y = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 10$$

31. 연립방정식
$$\begin{cases} x+2y=2 & \text{..... } \textcircled{1} \\ 2y+3z=0 & \text{..... } \textcircled{2} \\ x+3z=0 & \text{..... } \textcircled{3} \end{cases}$$

의 해를 $x=a, y=b, z=c$ 라 할 때, $a(b+c)$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ 에서 $2y - x = 0$ $\textcircled{4}$

$\textcircled{1} + \textcircled{4}$ 에서 $4y = 2 \quad \therefore y = \frac{1}{2}$ $\textcircled{5}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{5}$ 에서 $x = 1, z = -\frac{1}{3}$

$\therefore a(b+c) = 1 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$

32. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x=p, y=q$ 또는 $x=r, y=s$ 이다. $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \dots\textcircled{1} \\ xy-y^2=6 & \dots\textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $x=2y+1 \dots\dots\textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하여 정리하면

$$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$$

$$\therefore y=2, -3$$

$y=2, y=-3$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$\text{각각 } x=5, x=-5$$

$$\therefore x=5, y=2 \text{ 또는 } x=-5, y=-3$$

33. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

34. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \text{⑤ } (a^2+a+1)(a^2-a+1) &= (a^2+1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1 \end{aligned}$$

35. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

36. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① $a^3 + b^3$

② $a^6 + b^6$

③ $a^6 - b^6$

④ $a^9 + b^9$

⑤ $a^9 - b^9$

해설

(준 식) $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$

37. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

38. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \dots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \dots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

39. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

40. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+a \\ x^2+5x+4 &= Y \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= Y(Y+2)+a \\ &= Y^2+2Y+a \\ \therefore \text{완전제곱식이 되려면 } a &= 1\end{aligned}$$

41. $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$ 일 때, $ac + bd$ 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\ &= 1^2 - (2x - y)^2 \\ &= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y) \\ \therefore a = 2, b = -1, c = -2, d = 1 \\ \therefore ac + bd &= 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5\end{aligned}$$

42. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2 + 3y^2)^2$
- ② $(x^2 - 3y^2)^2$
- ③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$
- ④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$
- ⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

43. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

- ① 75 ② 125 ③ 900 ④ 1000 ⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + 5 = 10 \text{ 이므로}$$

$$\text{(준 식)} = 10000 \div 10 = 1000$$

44. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$
주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -1$

45. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 &= (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0 \\ \therefore x = 2, y = 4 \\ \therefore x + y &= 6\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0 \text{이 실근을 가지므로} \\ D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0 \\ y^2 - 8y + 16 \leq 0 \\ (y - 4)^2 \leq 0, y = 4 \\ \text{준식에 대입하면 } x = 2 \\ \text{따라서 } x + y = 6\end{aligned}$$

46. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우

a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$$

(ii) c 를 잘못 본 경우

a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은

$$-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식은

$$ax^2 - 3ax + 2a = 0$$

$a \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서 근의 합은 3이다.

47. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 4a - 4$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$y = -x^2 - 2ax + 4a - 4 = -(x+a)^2 + a^2 + 4a - 4$
이므로 $x = -a$ 일 때 최댓값 $a^2 + 4a - 4$ 를 가진다.
 $\therefore M = a^2 + 4a - 4 = (a+2)^2 - 8$
따라서 M 은 $a = -2$ 일 때 최댓값 -8 을 가진다.

48. 삼차방정식 $x^3 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

방정식 $x^3 - ax - b = 0$ 의 계수가 유리수이므로

세 근을 $1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}, \alpha$ 라고 하면

$$(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2}) + \alpha = 0 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})\alpha + (1 - \sqrt{2})\alpha = -a \quad \cdots \text{㉡}$$

$$(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})\alpha = b \quad \cdots \text{㉢}$$

㉠에서 $\alpha = -2$ 를 ㉡에 대입하면

$$-a = 1 - 2 - 2 - 2\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2} = -5 \quad \therefore a = 5$$

$$\alpha = -2 \text{를 ㉢에 대입하면 } b = -2(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = 2$$

$$\therefore a + b = 5 + 2 = 7$$

49. $x = \frac{1+3i}{1+i}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 4x + 1$ 의 값은?

① $1+i$

② $1-i$

③ $-1+i$

④ $-1-i$

⑤ 1

해설

$$x = 2 + i$$

$$(x-2)^2 = i^2 = -1$$

$$\therefore x^2 - 4x = -5$$

$$(\text{준식}) = x(x^2 - 4x) + 4x + 1$$

$$= -5x + 4x + 1$$

$$= -x + 1$$

$$= -1 - i$$

50. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+4xy+y^2=10 \end{cases}$ 의 한 쌍의 근을 (α, β) 라 할 때,

α^2, β^2 을 두 근으로 갖는 이차 방정식으로 옳은 것은?

① $x^2 - 5x + 3 = 0$ ② $x^2 + 5x - 3 = 0$

③ $x^2 - 5x + 1 = 0$ ④ $x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $x^2 - 6x + 1 = 0$

해설

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 2 & \dots \textcircled{1} \\ \alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2 = 10 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이므로}$$

①의 양변을 제곱하면

$$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 4 \quad \dots \textcircled{3}$$

② - ③에서

$$\alpha\beta = 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

④을 ②에 대입하면 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$

$\therefore \alpha^2, \beta^2$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$