

1. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
- ㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
- ㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
- ㉣ x^3 의 계수는 3이다.
- ㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.

㉤ 상수항은 $5y - 4$ 이다.

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$A\nabla(B\Delta A) = A\nabla(2B + A)$$

$$= A - 3(2B + A) = -2A - 6B$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

3. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$

② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R

③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$

④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R

⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R = (2x - 1) \frac{1}{2} Q(x) + R$$

4. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, \quad 1 = 2 - c, \quad b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때, $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+3$

② $3x-4$

③ $4x-5$

④ $5x+6$

⑤ $6x-7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1 이고,
또 $Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x - 2$ 로
나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x - 3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2 - 3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

7. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

8. $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -5

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

± 상수항의 약수 중에서 $x = -1, 2$ 을 대입하면 식의 값이 0이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$ 을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$$x^4 - 15x^2 + 10x + 24$$

$$= (x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$$

$$\therefore a+b+c+d = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$$

9. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

①

-1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$ 을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

10. 복소수 $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제공하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

(준식) $= (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow$ 순허수

즉, $a^2 + 3a + 2 = 0$

$a^2 + 2a \neq 0$ 이므로 $\therefore a = -1$

11. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$

② 1

③ 0

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{2005}$$

$$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \dots + (-i)$$

$$= 1 - i$$

12. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2 + i$

② $2 - i$

③ $-2 + i$

④ $-4 + i$

⑤ $4 + i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2 \left(\frac{3+i}{2} \right) - 7$$

$$= -4 + i$$

13. $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{a+1}{a}}$ 일 때, $|a-1| + |a| + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① $-a + 2$

② $-a$

③ 2

④ a

⑤ $a - 2$

해설

$$a + 1 \geq 0, a < 0 \Rightarrow -1 \leq a < 0$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= -(a-1) - (a) + (a+1) \\ &= -a + 2\end{aligned}$$

14. x 에 대한 방정식 $(a - 2)(x - a) = 0$ 의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

① $a = 0$ 일 때, $x = 2$

② $a \neq 2$ 일 때, $x = a$

③ $a = 2$ 일 때, 불능

④ $a = 0$ 일 때, 부정

⑤ 해는 없다.

해설

$$(a - 2)(x - a) = 0$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ 또는 } x = a$$

i) $a = 2$ 일 때 : 부정

ii) $a \neq 2$ 일 때 : $x = a$

15. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 5$$

ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -5$$

i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

16. 이차방정식 $x^2 + 2(k-m)x + (k^2 - n + 4) = 0$ 이 실수 k 값에 관계없이
중근을 가질 때, 실수 $m+n$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$$D' = (k-m)^2 - (k^2 - n + 4) = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2m = 0, \text{ 그리고 } m^2 + n - 4 = 0$$

$$\therefore m = 0, \quad n = 4, \quad m + n = 4$$

17. 이차방정식 $x^2 - x + 5 = 0$ 의 두근을 α, β 라 할때, $\alpha + 1$ 과 $\beta + 1$ 을 두근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, 최고차항의 계수는 1이다.)

① $x^2 + 3x - 7 = 0$

② $x^2 - 3x - 7 = 0$

③ $x^2 + 7x - 3 = 0$

④ $x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 7 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 5$$

$$\text{두근의 합} : (\alpha + 1) + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 2 = 3$$

$$\begin{aligned}\text{두근의 곱} : (\alpha + 1)(\beta + 1) &= \alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1 \\ &= 5 + 1 + 1 = 7\end{aligned}$$

$$\therefore x^2 - 3x + 7 = 0$$

18. $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

① $0 < a < 1$

② $\frac{1}{2} < a < 2$

③ $1 \leq a < 2$

④ $2 < a \leq 3$

⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

두 근을 α, β 라 하면

$|\text{음근}| > \text{양근}$ 이므로

$$\alpha + \beta = -a < 0, \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$$

$$\therefore 0 < a < 1$$

19. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면

$4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$ 이어야 한다.

$$D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$$

$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -81

② -45

③ 0

④ 5

⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3 + a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3 + a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1 - b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

21. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $y = (x^2 - 2x + 2)^2 - 4(x^2 - 2x + 2) + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은?

① 18

② 9

③ 7

④ -9

⑤ -18

해설

$(x^2 - 2x + 2) = t$ 로 치환하면,

$$t^2 - 4t + 1 = (t - 2)^2 - 3.$$

t 의 범위는 x 에 의해 $1 \leq t \leq 5$ 가 된다.

$$\begin{cases} t = 2\text{일때, } y = -3 \\ t = 5\text{일때, } y = 6 \end{cases}$$

$$\therefore M \times m = -18$$

22. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$
이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

두 허근의 합은 -1

23. 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - 7x - 5 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

① -15

② 16

③ -16

④ 17

⑤ -17

해설

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma$
근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta + \gamma = 6, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -7, \alpha\beta\gamma = 5$$

$$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - 6 - 7 - 5 = -17$$

해설

$$f(x) = x^3 - 6x^2 - 7x - 5 = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0 \text{ 이므로}$$

$$f(1) = (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - 6 - 7 - 5 = -17$$

24. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x < -\frac{1}{3}$

③ $x > -\frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{3}$

⑤ $x > -1$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이려면

$a+b < 0$ ㉠

$-\frac{2a-b}{a+b} = -1$ ㉡

㉡에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$\therefore b < 0$

$ax+b > 0$ 에서 $2bx+b > 0$, $2bx > -b$

$b < 0$ 이므로 $x < -\frac{1}{2}$

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
 ③ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
 ④ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ⑤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\textcircled{㉡} (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$