

1. x 에 대한 다항식 $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면 $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.
㉡ 오름차순으로 정리하면 $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.
㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3차식이다.
㉣ x^3 의 계수는 3이다.
㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y - 4$ 이다.

2. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B, A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3, B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$ ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$ ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

3. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

4. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

5. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때, $f(x)$ 를 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+3$

② $3x-4$

③ $4x-5$

④ $5x+6$

⑤ $6x-7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이고, 또 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2-3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

8. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

9. $x^4 - 15x^2 + 10x + 24 = (x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

\pm 상수항의 약수 중에서 $x = -1, 2$ 을 대입하면 식의 값이 0

이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$ 을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 -1 & 1 & 0 & -15 & 10 & 24 & \\
 & & -1 & 1 & 14 & -24 & \\
 \hline
 2 & 1 & -1 & -14 & 24 & 0 & \\
 & & 2 & 2 & -24 & & \\
 \hline
 3 & 1 & 1 & -12 & 0 & & \\
 & & 3 & 12 & & & \\
 \hline
 -4 & 1 & 4 & 0 & & & \\
 & & -4 & & & & \\
 \hline
 & 1 & 0 & & & &
 \end{array}$$

$$x^4 - 15x^2 + 10x + 24$$

$$= (x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$$

$$\therefore a+b+c+d = 1 + (-2) + (-3) + 4 = 0$$

10. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \text{ 을 변형하면} \\(\text{준식}) &= (1 - z)(1 - x)(1 - y) \\&= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz \\&= 1 - 1 + 2 - 3 = -1\end{aligned}$$

11. 복소수 $a^2(1+i) + a(3+2i) + 2$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 a 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

(준식) $= (a^2 + 3a + 2) + (a^2 + 2a)i \Rightarrow$ 순허수
즉, $a^2 + 3a + 2 = 0$
 $a^2 + 2a \neq 0$ 이므로 $\therefore a = -1$

12. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2005}$ 의 값은?

- ① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$\begin{aligned} & 1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^{2005} \\ &= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \dots + (-i) \\ &= 1 - i \end{aligned}$$

13. 두 복소수 α, β 에 대하여 연산 \odot 을 $\alpha \odot \beta = \alpha\beta + (\alpha + \beta)i$ 라 할 때, 등식 $(1+i) \odot z = 1$ 을 만족시키는 복소수 z 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② $-i$

③ i

④ $1-i$

⑤ $-1+i$

해설

$$\begin{aligned} \alpha \odot \beta &= \alpha\beta + (\alpha + \beta)i \text{이므로} \\ z &= x + yi \text{ (단, } x, y \text{는 실수)라 하면} \\ (1+i) \odot (x+yi) & \\ &= (1+i)(x+yi) + (x+1+yi+i)i \\ &= x-y + (x+y)i - (y+1) + (x+1)i \\ &= x-2y-1 + (2x+y+1)i = 1 \\ \therefore x-2y-1 &= 1 \cdots \text{㉠}, 2x+y+1 = 0 \cdots \text{㉡} \\ \text{㉠, ㉡에서 } x &= 0, y = -1 \quad \therefore z = -i \end{aligned}$$

14. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$

② $2-i$

③ $-2+i$

④ $-4+i$

⑤ $4+i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2\left(\frac{3+i}{2}\right) - 7$$

$$= -4 + i$$

15. $\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{a+1}{a}}$ 일 때, $|a-1| + |a| + |a+1|$ 을 간단히 하면?

① $-a+2$

② $-a$

③ 2

④ a

⑤ $a-2$

해설

$$\begin{aligned} a+1 \geq 0, a < 0 &\Rightarrow -1 \leq a < 0 \\ \therefore (\text{준식}) &= -(a-1) - (a) + (a+1) \\ &= -a+2 \end{aligned}$$

16. x 에 대한 방정식 $(a-2)(x-a) = 0$ 의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

- ① $a=0$ 일 때, $x=2$ ② $a \neq 2$ 일 때, $x=a$
③ $a=2$ 일 때, 불능 ④ $a=0$ 일 때, 부정
⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{aligned}(a-2)(x-a) &= 0 \\ \Rightarrow a=2 \text{ 또는 } x &= a \\ \text{i) } a=2 \text{ 일 때 : 부정} \\ \text{ii) } a \neq 2 \text{ 일 때 : } x &= a\end{aligned}$$

17. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

- ① -5 ② -10 ③ -15 ④ -20 ⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$
ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = -5$
i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.

18. 이차방정식 $x^2 + 2(k-m)x + (k^2 - n + 4) = 0$ 이 실수 k 값에 관계없이
중근을 가질 때, 실수 $m+n$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$$D' = (k-m)^2 - (k^2 - n + 4) = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2m = 0, \text{ 그리고 } m^2 + n - 4 = 0$$

$$\therefore m = 0, \quad n = 4, \quad m + n = 4$$

19. 이차방정식 $x^2 - x + 5 = 0$ 의 두근을 α, β 라 할때, $\alpha + 1$ 과 $\beta + 1$ 을 두근으로 하는 이차방정식을 구하면? (단, 최고차항의 계수는 1이다.)

① $x^2 + 3x - 7 = 0$

② $x^2 - 3x - 7 = 0$

③ $x^2 + 7x - 3 = 0$

④ $x^2 - 7x + 3 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 7 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 1, \alpha\beta = 5$$

$$\text{두근의 합} : (\alpha + 1) + (\beta + 1) = (\alpha + \beta) + 2 = 3$$

$$\text{두근의 곱} : (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1$$

$$= 5 + 1 + 1 = 7$$

$$\therefore x^2 - 3x + 7 = 0$$

20. $x^2 + ax + (a^2 + 2a - 3) = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호를 갖고 양근이 음근의 절댓값보다 작을 때, 상수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a < 1$ ② $\frac{1}{2} < a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $2 < a \leq 3$ ⑤ $-\frac{1}{2} < a < 2$

해설

두 근을 α, β 라 하면
|음근| > 양근이므로
 $\alpha + \beta = -a < 0, \alpha\beta = a^2 + 2a - 3 < 0$
 $\therefore 0 < a < 1$

21. 함수 $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가 $y = -x + 4$ 에 접하려면
 $4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은 $D = 0$
이어야 한다.
 $D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$
 $\therefore k = 3$ ($\because k > 0$)

22. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

- ① -81 ② -45 ③ 0 ④ 5 ⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3+a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3+a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1-b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

23. x 의 범위가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $y = x^2 - 2x + a - 1$ 의 최소값이 1 이라 한다. 이 때, 이 함수의 최댓값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$y = x^2 - 2x + a - 1 = (x - 1)^2 + a - 2$$

정의역이 $-1 \leq x \leq 2$ 이므로

최솟값은 $x = 1$ 일 때 $a - 2$ 가 된다.

이 때, 최솟값이 1 이므로

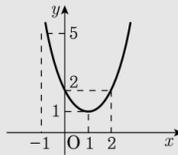
$$a - 2 = 1 \therefore a = 3$$

따라서 주어진 이차함수는 $y = (x - 1)^2 + 1$ 이고

그래프는 다음의 그림과 같으므로 최댓

값은

$x = -1$ 일 때 5 가 됨을 알 수 있다.



24. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $y = (x^2 - 2x + 2)^2 - 4(x^2 - 2x + 2) + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은?

- ① 18 ② 9 ③ 7 ④ -9 ⑤ -18

해설

$(x^2 - 2x + 2) = t$ 로 치환하면,
 $t^2 - 4t + 1 = (t - 2)^2 - 3$.
 t 의 범위는 x 에 의해 $1 \leq t \leq 5$ 가 된다.

$$\begin{cases} t = 2 \text{일때, } y = -3 \\ t = 5 \text{일때, } y = 6 \end{cases}$$

$\therefore M \times m = -18$

25. x, y 가 실수일 때, $2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6$ 의 최솟값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6 \\ &= 2(x^2 - 4x) + (y^2 + 2y) + 6 \\ &= 2(x-2)^2 + (y+1)^2 - 3 \\ & x, y \text{ 는 실수이므로 } (x-2)^2 \geq 0, (y+1)^2 \geq 0 \\ & \therefore 2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6 \geq -3 \\ & \text{따라서, } x=2, y=-1 \text{ 일 때 최솟값은 } -3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

26. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$
이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

두 허근의 합은 -1

27. 삼차방정식 $x^3 - 6x^2 - 7x - 5 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

- ① -15 ② 16 ③ -16 ④ 17 ⑤ -17

해설

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - (\alpha + \beta + \gamma) + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma$
근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta + \gamma = 6, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -7, \alpha\beta\gamma = 5$$

$$\therefore (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - 6 - 7 - 5 = -17$$

해설

$$f(x) = x^3 - 6x^2 - 7x - 5 = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0 \text{이므로}$$

$$f(1) = (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1 - 6 - 7 - 5 = -17$$

28. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때, k 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$k^2x + 1 > 2kx + k$ 에서
 $(k^2 - 2k)x > k - 1$,
 $k(k - 2)x > k - 1$
해가 모든 실수이므로
 $k(k - 2) = 0$, $k - 1 < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore k = 0$

29. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

- ① $x < -\frac{1}{2}$ ② $x < -\frac{1}{3}$ ③ $x > -\frac{1}{2}$
④ $x > -\frac{1}{3}$ ⑤ $x > -1$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이라면

$$a+b < 0 \quad \text{..... ㉠}$$

$$-\frac{2a-b}{a+b} = -1 \quad \text{..... ㉡}$$

㉡에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$\therefore b < 0$

$ax+b > 0$ 에서 $2bx+b > 0, 2bx > -b$

$b < 0$ 이므로 $x < -\frac{1}{2}$

30. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ㉠ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉡ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ㉢ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
- ㉣ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \quad \dots \textcircled{1} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\textcircled{2} (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$