

1. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

2. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

3. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫: $x - 1$, 나머지: 1

② 몫: $x - 1$, 나머지: 4

③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1

④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1

⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

1	1	-2	5	-3
		1	-1	4
	1	-1	4	1

$$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

4. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5

② $2x-4$

③ $2x$

④ $2x-5$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i \\ &= 2x - 5 + i\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2x - 5, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2x - 4$$

5. $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $2x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10

② 12

③ 15

④ 17

⑤ 20

해설

$$x - 3 = 2, y - 2 = 5$$

$$\therefore x = 5, y = 7$$

$$\therefore 2x + y = 17$$

6. $z = 1 - i$ 일 때, $\frac{\bar{z} - 1}{z} - \frac{z - 1}{\bar{z}}$ 의 값은?

① $-i$

② i

③ $-2i$

④ $2i$

⑤ 1

해설

$$z = 1 - i, \bar{z} = 1 + i$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{i}{1 - i} - \frac{-i}{1 + i} = \frac{2i}{2} = i$$

7. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$

④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

8. 이차방정식 $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,

$D = 0$ 일 때 중근을 가지므로

$$D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k - 2)(k - 10) = 0$$

따라서, $k = 2$, $k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

9. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야
하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, \quad 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

10. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이
허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$
$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

11. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면

$$\text{이차방정식 } x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$$

이 중근을 갖는다.

$$\text{따라서, } \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$$

위의 식을 정리하면

$$-k^2 + 4k - 3 = 0$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0$$

$$(k-1)(k-3) = 0 \text{에서}$$

$$k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

12. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

13. 두 수 $1 + 2i$, $1 - 2i$ 를 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 5 = 0$

② $x^2 + 2x + 5 = 0$

③ $x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $x^2 - 2x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 5x + 2 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = (1 + 2i) + (1 - 2i) = 2$$

$$\alpha\beta = (1 + 2i)(1 - 2i) = 5$$

$$\therefore x^2 - 2x + 5 = 0$$

14. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$

근과 계수와의 관계에 의해

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입

$$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$$

계수가 유리수이므로

$$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$$

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

15. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

16. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75

② 125

③ 900

④ 1000

⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned}125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5 + (30 - 50) \div (-4) &= 5 + 5 = 10 \text{ 이므로} \\ (\text{준 식}) &= 10000 \div 10 = 1000\end{aligned}$$

17. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

18. 방정식 $a^2x + 1 = a(x + 1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a^2x + 1 = a(x + 1)$ 에서 $a(a - 1)x = a - 1$

i) $a = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

ii) $a = 0$ 이면 $0 \cdot x = -1$ 이므로 해가 없다.

iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a - 1}{a(a - 1)} = \frac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $-1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -1 + \sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면

$$3 - 2\sqrt{2} + a(-1 + \sqrt{2}) + b = 0$$

$$-a + b + 3 + (a - 2)\sqrt{2} = 0$$

$$-a + b + 3 = 0 \text{ 과 } a - 2 = 0 \text{ 에서 } a = 2, b = -1$$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우

a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$$

(ii) c 를 잘못 본 경우

a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은

$$-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식은

$$ax^2 - 3ax + 2a = 0$$

$$a \neq 0 \text{ 이므로 } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 근의 합은 3이다.