1. 두 점 A(−4), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = |6 - (-4)| = 10$

2. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$ ② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ ③ $(2, 0)$
④ $(3, 0)$ ⑤ $(4, 0)$

해설
x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{\mathrm{AP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2$ 이므로
$(x+2)^2 + 2^2 = (x-5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
$\therefore$ P $(3, 0)$

3. 두 점 A $(-3,\ 6)$, B $(2,\ -3)$을 잇는 선분 AB가 x축과 만나는 교점을 P라 할 때, 점 P의 좌표는?

① P $(1,\ 0)$　　② P $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$　　③ P $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

④ P $\left(-\frac{1}{3},\ 0\right)$　　⑤ P $\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$

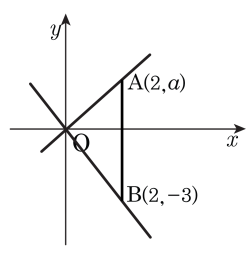
해설

$y-6=\frac{-3-6}{2-(-3)}(x+3)$, $y=-\frac{9}{5}x+\frac{3}{5}$

$\therefore y=0$ 일 때

$x=\frac{1}{3}$ 이므로 P $\left(\frac{1}{3},\ 0\right)$

4. 다음 그림과 같이 원점과 점 A(2, a) 를 지나는 직선의 기울기를 m_1, 원점과 점 B(2, -3) 을 지나는 직선의 기울기를 m_2 라 하자. $m_1 \times m_2 = -1$ 일 때, a 의 값을 구하면?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{4}{3}$
④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$m_1 = \frac{a}{2}$, $m_2 = -\frac{3}{2}$

$m_1 \times m_2 = \frac{a}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$ 이므로,

$\therefore\ a = \frac{4}{3}$

5. x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-2, 4)$ 가 점 $(6, -2)$ 로 옮겨진다. 이때, 상수 m, n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점 $(-2,\ 4)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼,
y 축의 방향으로 n 만큼 옮기면
$(-2+m,\ 4+n)$ 이고
이 점이 $(6, -2)$ 와 일치하므로
$-2+m=6 \quad \therefore m=8$
$4+n=-2 \quad \therefore n=-6$
따라서, 구하는 $m,\ n$ 의 값의 합은 $8+(-6)=2$

6. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1 , y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9　　② 7　　③ 5　　④ 3　　⑤ 1

해설

$y = 2x + 3$

$\Rightarrow \quad y + 2 = 2(x - 1) + 3$

$\Rightarrow \quad y = 2x - 1$

$\therefore \quad a + b = 1$

7. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$가 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{A}$가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{CA}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2 \cdots$ ㉠
이때, 세 점 $\mathrm{A}(a, 3)$, $\mathrm{B}(-1, -5)$, $\mathrm{C}(3, 7)$에 대하여
$\overline{\mathrm{AB}}^2 = (-1-a)^2 + (-5-3)^2 = a^2 + 2a + 65$
$\overline{\mathrm{CA}}^2 = (a-3)^2 + (3-7)^2 = a^2 - 6a + 25$
$\overline{\mathrm{BC}}^2 = (3+1)^2 + (7+5)^2 = 160$ 이므로
㉠에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
$\therefore\ a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

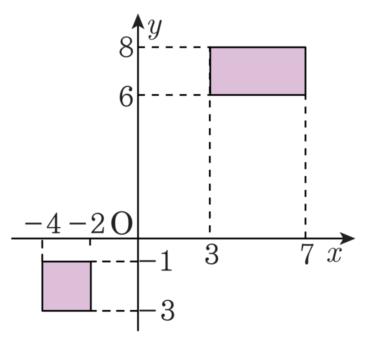
8. 일차함수 $y = (a-2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 $45°$ 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0 ② 3 ③ 6 ④ −6 ⑤ −3

해설

$y = (a-2)x + b + 2$ 의 그래프가
x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
$45°$ 이므로
$a - 2 = \tan 45° = 1$ 에서 $a = 3$
또, y 절편이 5 이므로
$b + 2 = 5$ 에서 $b = 3$
$\therefore\ a + b = 6$

9. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형과 직사각형이 놓여 있다. 이 정사각형과 직사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 기울기는?



① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

해설

직사각형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 M이라 하자.
점 M을 지나는 임의의 직선 l 이 직사각형과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하면
l의 기울기에 관계없이 $\triangle BMQ = \triangle DMP$ 이므로,
M을 지나는 임의의 직선은 직사각형의 넓이를 이등분한다.
정사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(-3, -2)$
직사각형의 두 대각선의 교점의 좌표는 $(5, 7)$ 이므로
두 점을 지나는 직선의 기울기는
$\frac{7-(-2)}{5-(-3)} = \frac{9}{8}$

10. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

(i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$

(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$

(i), (ii) 로부터 $2b - 1 = 9$ $\quad \therefore b = 5$

11. 부등식 $y \le -x^2 + 4$를 만족시키는 양의 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____개

▷ 정답 : 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$의 경계를 포함한 아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 중 x, y가 모두 양의 정수인 것은

(ⅰ) $x = 1$일 때

$y \le -1^2 + 4 = 3$이므로 $y = 1,\ 2,\ 3$

(ⅱ) $x = 2$일 때

$y \le -2^2 + 4 = 0$

즉, 양의 정수 y는 존재하지 않는다.

따라서 x, y가 모두 양의 정수인 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 1)$, $(1,\ 2)$, $(1,\ 3)$의 3개이다.

12. 점 $(2,\ -3)$을 지나고, 직선 $2x-4y-1=0$에 수직인 직선의 방정식을 구하였더니 $ax+by+c=0$가 되었다. 이를 만족하는 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a+b+c$의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

직선 $2x-4y-1=0$에 수직이므로
기울기는 -2이다.
점 $(2,\ -3)$을 지나므로 직선의 방정식은
$y+3=-2(x-2)$
즉, $2x+y-1=0$이다.
$a=2,\ b=1,\ c=-1$
$\therefore\ a+b+c=2$

13. 두 점 $A(3,-2)$, $B(-5,1)$ 에 대하여 선분 AB 를 $t:(1-t)$ 로 내분하는 점이 제 3 사분면에 있을 때, t 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{3}<t<\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}<t<\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{8}<t<\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{8}<t<\frac{5}{6}$

해설

$A(3,-2)$, $B(-5,1)$ 을 $t:1-t$ 로 내분하는 점은

$$\left(\frac{t\cdot(-5)+(1-t)\cdot 3}{t+1-t}, \frac{t\cdot 1+(1-t)\cdot(-2)}{t+1-t}\right)$$

$$=(-5t+3-3t, t-2+2t)=(-8t+3, 3t-2)$$

이 점이 제3 사분면에 있으므로

$-8t+3<0$, $8t>3$, $t>\frac{3}{8}$

$3t-2<0$, $3t<2$, $t<\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{3}{8}<t<\frac{2}{3}$

14. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

① 3　　② 5　　③ 7　　④ 9　　⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AB}}$를 2 : 1 로 내분하는 점은

$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$ 이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$

$\therefore\ a+2b-1=0\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$