1. 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 4)$, $\mathrm{B}(-7,\ b)$의 중점의 좌표가 $(-1,\ 5)$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?

① $\sqrt{37}$　　② $2\sqrt{37}$　　③ $4\sqrt{37}$

④ $\dfrac{3\sqrt{37}}{2}$　　⑤ $\dfrac{\sqrt{37}}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점은 $\left(\dfrac{a-7}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right) = (-1,\ 5)$ 이므로 $a = 5,\ b = 6$

$\mathrm{A}(5,\ 4),\ \mathrm{B}(-7,\ 6)$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(5+7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{144+4} = 2\sqrt{37}$

2. 좌표평면 위의 두 점 $A(-4,\ 7)$, $B(-5,\ 1)$ 사이의 거리를 구하여라.

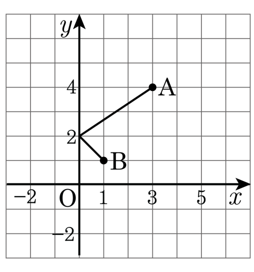
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{37}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\{-4-(-5)\}^2+(7-1)^2}\\ &= \sqrt{1+36} = \sqrt{37}\end{aligned}$$

3. 좌표평면 위의 점 A(3, 4) 에서 y축 위의 점을 한번 거쳐 B(1, 1) 로 가는 최단 거리가 a 일 때, a의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

점 B 를 y 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 라 하면
B′(−1, 1), 최단거리= $\overline{\mathrm{AB'}}$
$\therefore \overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 이다.

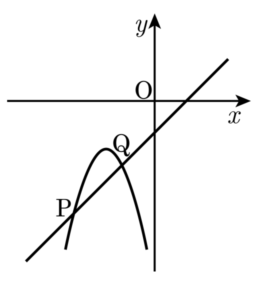
4. 세 점 $A(0,\ 2)$, $B(-3,\ 1)$, $C(2,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 예각삼각형
③ 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(0+3)^2+(2-1)^2} = \sqrt{10}$
$\overline{BC} = \sqrt{(-3-2)^2+(1+3)^2} = \sqrt{41}$
$\overline{CA} = \sqrt{(0-2)^2+(2+3)^2} = \sqrt{29}$
$\overline{BC}$ 가 가장 긴 변이다.
$\overline{BC}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 둔각삼각형이다.

5. 다음과 같이 $y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$ 의 그래프가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 2　② 3　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{2}$　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$y=-x^2-6x-12$, $y=x-2$

$-x^2-6x-12=x-2$

$x^2+7x+10=0$

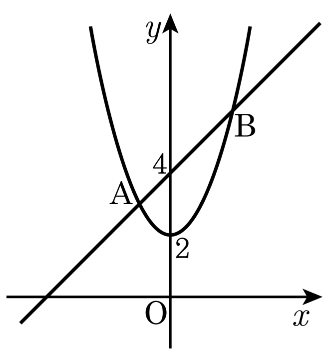
$(x+5)(x+2)=0$

$\therefore\ x=-5$ 또는 $x=-2$

따라서 P $(-5,\ -7)$, Q$(-2,\ -4)$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \sqrt{(-5+2)^2+(-7+4)^2}\\ &= \sqrt{3^2+3^2}\\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 포물선 $y = x^2 + 2$ 와 직선 $y = x + 4$ 의 그래프가 두 점 A, B에서 만날 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

$x^2 + 2 = x + 4$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$\therefore\ x = 2,\ -1$ 이므로 A$(-1,\ 3)$, B$(2,\ 6)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{\{2-(-1)\}^2 + (6-3)^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 중 좌표평면 위의 원점 O 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4 인 원의 외부에 있는 점의 좌표를 구하면?

① A(1, 3)　② B(−4, 0)　③ C(−2, $-\sqrt{5}$)
④ D($\sqrt{13}$, 2)　⑤ E(3, $-\sqrt{7}$)

해설

$\overline{\mathrm{OA}} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10} < 4$
$\overline{\mathrm{OB}} = \sqrt{4^2+0^2} = 4$
$\overline{\mathrm{OC}} = \sqrt{(-2)^2+(-\sqrt{5})^2} = 3 < 4$
$\overline{\mathrm{OD}} = \sqrt{(\sqrt{13})^2+2^2} = \sqrt{17} > 4$
$\overline{\mathrm{OE}} = \sqrt{3^2+(-\sqrt{7})^2} = \sqrt{16} = 4$
따라서, 점 D 는 원의 외부에 있다.

8. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2,\ 1), B(1,\ 4)$ 에 대하여 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\angle APB = 90°$ 가 되도록 점 P 를 잡을 때, $\triangle APB$ 의 둘레의 길이는?

① $3 + \sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ 6
④ $6 + 3\sqrt{2}$　⑤ $6 + 6\sqrt{2}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$
$\angle APB$가 직각이고 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로
$\triangle APB$는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AP} = \overline{BP} = x$ 라 하면,
$x^2 + x^2 = (3\sqrt{2})^2 \therefore x = 3$
$\therefore \triangle ABP$ 의 둘레는 $3 + 3 + 3\sqrt{2} = 6 + 3\sqrt{2}$

9. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a+b\sqrt{c}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$

$y=-\frac{1}{4}(x-4)^2+3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2+(3-0)^2}=5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $=1$

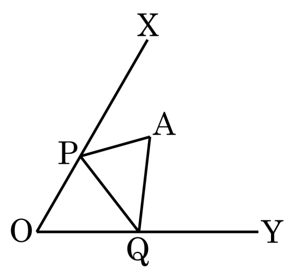
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2+\{3-(-1)\}^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$=6+4\sqrt{2}$ 이므로

$a+b+c$ 의 값은 12 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle XOY = 60°$ 이고, $\overline{OA} = 12$ 인 점 A 에서 반직선 OX, OY 위의 점 P, Q 를 거쳐서 다시 돌아오는 삼각형 APQ 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.

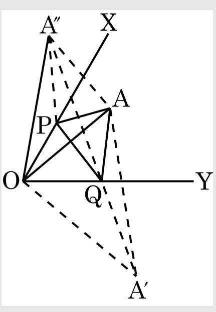


▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{3}$

해설

점 A 를 반직선 OX 와 OY 에 대해 대칭이동한 점을 A′, A″ 라 하면



$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''}$ 이므로 삼각형 APQ 의 최솟값은 $\overline{A'A''}$ 의 길이이다.

삼각형 A′OA″ 는 두 변의 길이가 12 로 같고 $\angle A'OA'' = 120°$ 인 이등변삼각형이므로

$\overline{A'A''} = 12\sqrt{3}$ 이다.