1. 좌표평면 위의 두 점 A$(-3,\ 4)$, B$(6,\ x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x의 값을 모두 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$
$(4-x)^2 + 81 = 82$
$(4-x)^2 = 1$
따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 9$의 그래프의 꼭짓점과 점 $(0,\ 0)$ 사이의 거리를 구하여라.

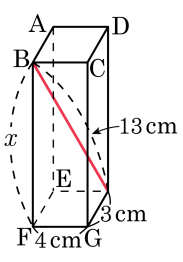
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = x^2 - 6x + 9$
$y = (x - 3)^2$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 0)$
따라서 점 $(0,\ 0)$과의 거리는 3이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체에서 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 3 cm 이고, 대각선의 길이가 13 cm 일 때, x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 12$ cm

해설

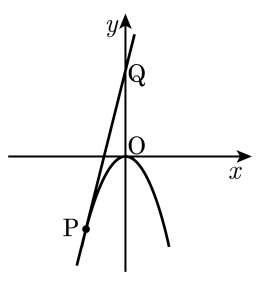
직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이므로

$\sqrt{3^2 + 4^2 + x^2} = 13$

$x^2 = 144$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (cm) 이다.

4. $y=-x^2$ 의 그래프와 $y=4x+4$ 의 그래프가 점 P 에서 접할 때, 선분 PQ 의 길이는?



① $4\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{17}$ ④ $4\sqrt{17}$ ⑤ 17

해설

$y=-x^2$ 과 $y=4x+4$ 가 점 P 에서 접하므로
$-x^2=4x+4$ 에서
$x^2+4x+4=0$, $(x+2)^2=0$
$\therefore\ x=-2$
$\therefore$ P$(-2,\ -4)$
점 Q 는 $y=4x+4$ 의 y 절편이므로 Q$(0,\ 4)$
$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(-2-0)^2+(-4-4)^2}=\sqrt{4+64}=2\sqrt{17}$ 이다.

5. $y = 2x^2 - 12x + 18$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점과 y 축과 만나는 점의 거리가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, b는 최소의 자연수)

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$y = 2x^2 - 12x + 18$
$y = 2(x-3)^2$ 이다.
x 축과 만날 때의 좌표는 $y = 0$ 일 때이므로 $(3,\ 0)$
y 축과 만날 때의 좌표는 $x = 0$ 일 때이므로 $(0,\ 18)$ 이므로
두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3-0)^2 + \{0-(18)\}^2} = \sqrt{333} = 3\sqrt{37}$
이므로 $a + b = 40$ 이다.

6. 두 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$ 과 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{149}$

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$

$y = -\frac{1}{3}(x-6)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 4)$ 이고,

$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$

$y = \frac{1}{2}(x+4)^2 - 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ -3)$ 이다.

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는

$\sqrt{\{6-(-4)\}^2 + \{4-(-3)\}^2} = \sqrt{149}$ 이다.

7. 다음 중 좌표평면 위의 점 P(1, 1) 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원의 내부에 있는 점의 좌표를 구하여라.

① A(2, 6)　② B(1, 4)　③ C(5, 1)

④ D(−2, −2)　⑤ E(3, $1+\sqrt{2}$)

해설

$\overline{PA} = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{26} > 3$, 점 A 는 원 외부에 있다.
$\overline{PB} = \sqrt{0^2+3^2} = \sqrt{9} = 3$, 점 B 는 원 위에 있다.
$\overline{PC} = \sqrt{4^2+0} = \sqrt{16} > 3$, 점 C 는 원 외부에 있다.
$\overline{PD} = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} > 3$, 점 D 는 원 외부에 있다.
$\overline{PE} = \sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} < 3$
따라서, 점 E 는 원의 내부에 있다.

8. 두 점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

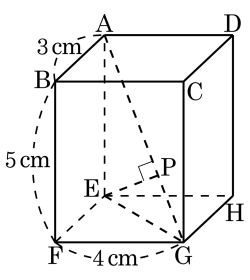
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore$ P$(0, -5)$

9. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E 에서 대각선 AG 에 내린 수선의 발을 P 라 할 때, $\overline{EP}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{2}\,\text{cm}$

③ $3\sqrt{2}\,\text{cm}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}$

⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}$

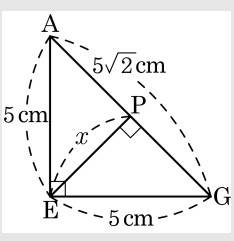
해설

$\overline{AG} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{AE}\times\overline{EG} = \overline{AG}\times\overline{EP}$ 이므로

$5\times 5 = 5\sqrt{2}\times x$

$x = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ (cm) 이다.



10. 좌표평면 위의 점 A(3, 1), P(0, p), Q($p-1$, 0), B(−2, 6) 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{5}$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 −1 만큼 평행이동한 점 B′(−2, 5)
점 A 와 B′ 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$ 가 최소가 된다.
이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB′ 의 기울기와 같고, $\overline{AB'}$ 의 방정식은 $y-1=\frac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\frac{4}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{8}{5}$ 이다.