

1. 좌표평면 위의 두 점 $A(-3, 4)$, $B(6, x)$ 사이의 거리가 $\sqrt{82}$ 일 때, x 의 값을 모두 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-3-6)^2 + (4-x)^2} = \sqrt{82}$$

$$(4-x)^2 + 81 = 82$$

$$(4-x)^2 = 1$$

따라서 $x = 5$ 또는 3 이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 9$ 의 그래프의 꼭짓점과 점 $(0, 0)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

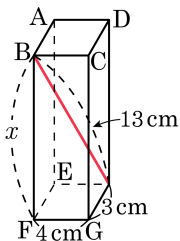
$$y = x^2 - 6x + 9$$

$$y = (x - 3)^2 \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$

따라서 점 $(0, 0)$ 과의 거리는 3이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체에서 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 3 cm 이고, 대각선의 길이가 13 cm 일 때, x 를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $x = 12$ cm

해설

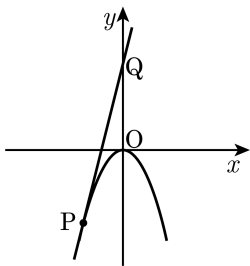
직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이므로

$$\sqrt{3^2 + 4^2 + x^2} = 13$$

$$x^2 = 144$$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (cm) 이다.

4. $y = -x^2$ 의 그래프와 $y = 4x + 4$ 의 그래프가 점 P 에서 접할 때, 선분 PQ 의 길이는?



① $4\sqrt{5}$

② $2\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{17}$

④ $4\sqrt{17}$

⑤ 17

해설

$y = -x^2$ 과 $y = 4x + 4$ 가 점 P에서 접하므로

$$-x^2 = 4x + 4 \text{ 에서}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0, (x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$\therefore P(-2, -4)$$

점 Q 는 $y = 4x + 4$ 의 y 절편이므로 $Q(0, 4)$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-4 - 4)^2} = \sqrt{4 + 64} = 2\sqrt{17} \text{ 이다.}$$

5. $y = 2x^2 - 12x + 18$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점과 y 축과 만나는 점의 거리가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, b 는 최소의 자연수)

① 20

② 25

③ 30

④ 35

⑤ 40

해설

$$y = 2x^2 - 12x + 18$$

$$y = 2(x - 3)^2 \text{ 이다.}$$

x 축과 만날 때의 좌표는 $y = 0$ 일 때이므로 $(3, 0)$

y 축과 만날 때의 좌표는 $x = 0$ 일 때이므로 $(0, 18)$ 이므로

두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(3 - 0)^2 + \{0 - (18)\}^2} = \sqrt{333} = 3\sqrt{37}$

이므로 $a + b = 40$ 이다.

6. 두 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$ 과 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{149}$

해설

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$$

$y = -\frac{1}{3}(x - 6)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (6, 4) 이고,

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$$

$y = \frac{1}{2}(x + 4)^2 - 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (-4, -3) 이다.

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는

$$\sqrt{\{6 - (-4)\}^2 + \{4 - (-3)\}^2} = \sqrt{149} \text{ 이다.}$$

7. 다음 중 좌표평면 위의 점 $P(1, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3 인 원의 내부에 있는 점의 좌표를 구하여라.

① $A(2, 6)$

② $B(1, 4)$

③ $C(5, 1)$

④ $D(-2, -2)$

⑤ $E(3, 1 + \sqrt{2})$

해설

$$\overline{PA} = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26} > 3, \text{ 점 } A \text{ 는 원 외부에 있다.}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{0^2 + 3^2} = \sqrt{9} = 3, \text{ 점 } B \text{ 는 원 위에 있다.}$$

$$\overline{PC} = \sqrt{4^2 + 0} = \sqrt{16} > 3, \text{ 점 } C \text{ 는 원 외부에 있다.}$$

$$\overline{PD} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} > 3, \text{ 점 } D \text{ 는 원 외부에 있다.}$$

$$\overline{PE} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6} < 3$$

따라서, 점 E 는 원의 내부에 있다.

8. 두 점 A(1, 2) B(-5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① (0, -5)

② (0, -4)

③ (0, -3)

④ (0, -2)

⑤ (0, -1)

해설

점 P 의 좌표를 (0, p) 라 하면

$$\overline{BP} = \sqrt{25 + p^2}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$\overline{BP} = \overline{AP} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p - 2)^2}$$

$$25 + p^2 = 1 + (p - 2)^2$$

$$-4p = 20$$

$$p = -5 \therefore P(0, -5)$$

9. 다음 그림과 같은 직육면체에서 꼭짓점 E에서 대각선 AG에 내린 수선의 발을 P라 할 때, $\overline{EP}$ 의 길이는?

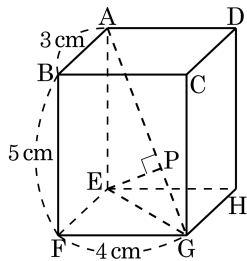
① $\sqrt{2}$ cm

② $2\sqrt{2}$ cm

③ $3\sqrt{2}$ cm

④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm



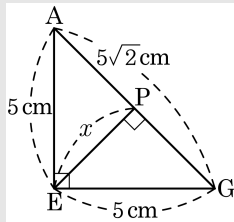
해설

$$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AE} \times \overline{EG} = \overline{AG} \times \overline{EP} \text{ 이므로}$$

$$5 \times 5 = 5\sqrt{2} \times x$$

$$x = \frac{25}{5\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ (cm) 이다.}$$



10. 좌표평면 위의 점 $A(3, 1)$, $P(0, p)$, $Q(p-1, 0)$, $B(-2, 6)$ 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{8}{5}$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점 $B'(-2, 5)$
점 A 와 B' 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 가 최소가 된다.

이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB' 의 기울기와 같고,

$\overline{AB'}$ 의 방정식은 $y - 1 = \frac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\frac{4}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{8}{5}$

이다.