1. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$18 = 2 \times 3^2$
곱해야 할 자연수를 x 라 할 때,
$(2 \times 3^2) \times x = y^2$

$x = 2,\ 2 \times 2^2,\ 2 \times 3^2,\ \cdots$
$= 2,\ 8,\ 18,\ \cdots$

2. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b$라 하면,

a 는 3, $2^2 \times 3$, 3×7^2 이 가능하다.

$a = 3$ 일 때, $b = 14^2 = 196$

$a = 2^2 \times 3$ 일 때, $b = 7^2 = 49$

$a = 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 2^2 = 4$

588 보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$\therefore\ 196 + 49 + 4 = 249$

3. 그림의 색칠한 부분에 해당하는 것은 다음 중 몇 개인가?

㉠ -0.8	㉡ $-\frac{3}{11}$	㉢ 7
㉣ 0	㉤ $+\frac{12}{4}$	㉥ $-\frac{25}{9}$
㉦ 3.14		

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

유리수는 정수와 정수가 아닌 유리수로 나누어지는데 그림의 색칠한 부분은 정수가 아닌 유리수를 말하므로

-0.8, $-\frac{3}{11}$, $-\frac{25}{9}$, 3.14 의 4 개이다.

4. 다음 보기의 수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\frac{6}{5}$ ㉡ 4 ㉢ -5.1 ㉣ 0 ㉤ $\frac{12}{3}$
㉥ 3.7 ㉦ -9

① 양수의 개수는 3 개이다.
② 음수의 개수는 3 개이다.
③ 정수가 아닌 유리수는 2 개이다.
④ 정수의 개수는 3 개이다.
⑤ 유리수의 개수는 7 개이다.

해설

③ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{6}{5}$, -5.1, 3.7 의 3 개이다.
④ 정수의 개수는 4, 0, $\frac{12}{3}(=4)$, -9 의 4 개이다.

5. 다음 수에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

$-5.5,\quad 4,\quad +\frac{1}{3},\quad -\frac{5}{4},\quad 0,\quad -3$

① 정수는 모두 3 개다.

② 유리수는 모두 3 개다.

③ 양의 유리수는 모두 2 개다.

④ 음의 유리수는 모두 2 개다.

⑤ 자연수는 1 개다.

해설

① 정수 : $4,\ 0,\ -3$(3개)

② 유리수는 모두 (6 개)

③ 양의 유리수는 $4,\ +\frac{1}{3}$(2개)

④ 음의 유리수는 $-5.5,\ -\frac{5}{4},\ -3$(4개)

⑤ 자연수는 4 (1 개)

6. 학교 게시판은 가로, 세로의 길이가 각각 270cm, 180cm 이다. 게시판에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 빈틈없이 붙이려고 한다. 이때, 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 90 cm

해설

붙이려는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 270 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 붙인다고 했으므로 한 변의 길이는 270 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 270 & 180 \\ \hline 5 & 135 & 90 \\ \hline 3 & 27 & 18 \\ \hline 3 & 9 & 6 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 90(\text{cm})$

7. 가로의 길이가 220cm, 세로의 길이가 200cm 인 벽에 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 되도록이면 타일을 적게 붙이려고 할 때, 몇 장의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 장

▷ 정답 : 110장

해설

정사각형 타일의 한 변의 길이는 220 과 200 의 최대공약수이므로

$220 = 2^2 \times 5 \times 11$, $200 = 2^3 \times 5^2$

최대공약수는 $2^2 \times 5 = 20$

따라서 필요한 타일의 개수는

$(220 \div 20) \times (200 \div 20) = 110$ (장)

8. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm, 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

① 12 cm ② 15 cm ③ 30 cm ④ 45 cm ⑤ 60 cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 120 & 180 \\ 2 & 60 & 90 \\ 3 & 30 & 45 \\ 5 & 10 & 15 \\ & 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore 2\times2\times3\times5=60(\text{cm})$

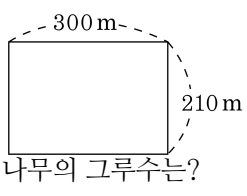
9. 가로, 세로의 길이가 각각 48 m, 32 m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14 m ② 16 m ③ 18 m ④ 20 m ⑤ 22 m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
$48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
x 는 48과 32의 최대공약수이므로
$48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
$\therefore\ x = 2^4 = 16\ (\mathrm{m})$

10. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 300 m , 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루

④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30$ (m) $\times 10$ (그루)
세로 $210 = 30$ (m) $\times 7$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
$(10 + 7) \times 2 = 34$ (그루)

11. 가로의 길이가 450 m , 세로의 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450 과 240 의 최대공약수인 30 m 이다.

12. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 18명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.
따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108의 최대공약수인 18명이다.

13. 사과 62 개와 귤 116 개를 될 수 있는 대로 많은 학생에게 똑같이 나누어 주면, 사과는 2 개가 남고, 귤은 6 개가 남는다고 한다. 이때, 학생 수를 구하면?

① 10 명 ② 12 명 ③ 3 명 ④ 5 명 ⑤ 15 명

해설

학생 수는 $62 - 2 = 60$, $116 - 6 = 110$ 의 최대공약수이므로 10 (명)

14. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$38-2=36$, $27-3=24$, $125-5=120$에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

6) 36 24 120

2) 6 4 20

3 2 10

최대공약수 : $6\times 2=12$

15. 세 자연수의 비가 2 : 4 : 7 이고, 최소공배수가 392 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 28

▷ 정답: 56

▷ 정답: 98

해설

세 자연수를 $2 \times x,\ 4 \times x, 7 \times x$ 라 하면

$x)\ 2\times x \quad 4\times x \quad 7\times x$

$2)\ \ 2 \quad\quad 4 \quad\quad 7$

$\quad\ \ 1 \quad\quad 2 \quad\quad 7$

$x \times 2 \times 2 \times 7 = 392$

$x = 14$

따라서, 세 자연수는 28, 56, 98 이다.

16. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로, A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y는 0 또는 1) 이며, 최댓값을 가질 때는 x, $y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336 이다.

17. 세 자연수 $7\times x$, $4\times x$, $10\times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7\times x,\ 4\times x = 2^2\times x,\ 10\times x = 2\times 5\times x$ 의 최소공배수는
$2^2\times 5\times 7\times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

18. 5 로 나누면 4 가 남고, 6 로 나누면 5 가 남고, 8 로 나누면 7 이 남는 자연수 중에서 세 번째로 작은 값은?

① 119 ② 120 ③ 239 ④ 240 ⑤ 359

해설

구하는 수는 (5, 6, 8 의 공배수)−1 이고,
5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이다.
120 의 배수는 120, 240, 360 ··· 이고,
구하는 자연수는 119, 239, 359 ··· 이다.
따라서 세 번째로 작은 자연수는 359 이다.

19. 세 자연수 6, 8, 12 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 가 되는 100 보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

구하는 자연수는 (6, 8, 12 의 최소공배수)+5 의 꼴이다.
6, 8, 12 의 최소공배수가 24 이므로
24 의 배수는 24, 48, 72, 96, $\cdots$
따라서 조건을 만족하는 100 보다 작은 자연수는 29, 53, 77 의 3 개이다.

20. 400 이하의 어떤 자연수를 3, 4, 7 로 나누었을 때 그 나머지가 각각 2, 3, 6 이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

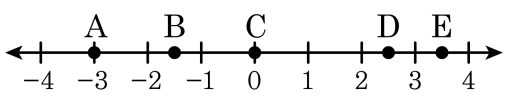
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

3, 4, 7 로 나누었을 때 그 나머지가 2, 3, 6 이 되는 수는 (3, 4, 7로 나누어 떨어지는 수) – 1 이다.
3, 4, 7 의 최소공배수는 84 이다.
400 이하의 자연수 중 $84-1=83$, $84\times2-1=167$, $84\times3-1=251$, $84\times4-1=335$ 까지 4 개이다.

21. 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 가 나타내는 수로 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 점 A 가 나타내는 수는 −3 이다.

② 점 B 가 나타내는 수는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

③ 유리수를 나타내는 점은 모두 5 개 이다.

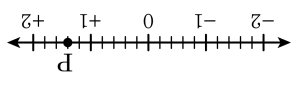
④ 음의 정수를 나타내는 점은 모두 1 개 이다.

⑤ 점 A 가 나타내는 수와 점 E 가 나타내는 수는 절댓값이 같다.

해설

⑤ 점 A 가 나타내는 수는 −3, 점 B 가 나타내는 수는 3.5 이므로 절댓값은 다르다.

22. 다음 수직선 위에서 점 P 가 나타내는 수는?



① $-1\frac{3}{4}$ ② $-1\frac{1}{5}$ ③ $1\frac{1}{5}$ ④ $-1\frac{2}{5}$ ⑤ $1\frac{2}{5}$

해설

$(+1)+\left(+\frac{2}{5}\right)=1\frac{2}{5}$

23. 수직선 위에서 -3 과 6 의 한가운데 있는 수는?

① -1 ② -0.5 ③ 0 ④ 1 ⑤ 1.5

해설

-3 과 6 의 한가운데 있는 수는 $\frac{(-3)+(+6)}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$

24. $a < b$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 절댓값의 합이 6 일 때, 두 정수 (a, b) 의 순서쌍은 모두 몇 개 인지구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

$a < b$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 절댓값이 합이 6 이라면 경우의 수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.
$(1, 5)$, $(2, 4)$, $(-4, -2)$, $(-5, -1)$, $(-1, 5)$,
$(-2, 4)$, $(-3, 3)$, $(-4, 2)$, $(-5, 1)$, $(0, 6)$, $(-6, 0)$
즉, 11 개가 된다.

25. 두 유리수 a, b 에 대하여 $<< a, b >>$ 를 a, b 중 절댓값이 큰 수라고 정의할 때,

$<< -\frac{13}{4}, << 4.8, -\frac{11}{5} >>>>$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4.8

해설

$|4.8| = 4.8$, $\left|-\frac{11}{5}\right| = \frac{11}{5} = 2.2$ 이므로 $<< 4.8, -\frac{11}{5} >>= 4.8$ 이다.

$<< -\frac{13}{4}, << 4.8, -\frac{11}{5} >>>>=<< -\frac{13}{4}, 4.8 >>$ 이고 $\left|-\frac{13}{4}\right| = \frac{13}{4} = 3.25$ 이므로 $<< -\frac{13}{4}, 4.8 >>= 4.8$ 이다.

26. 수직선 위에서 두 정수 A, B 로부터 같은 거리에 있는 좌표가 4 이고 A 의 절댓값의 크기가 5 일 때, B 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3 또는 +3

▷ 정답: 13 또는 +13

해설

A 의 절댓값의 크기가 5 일 때, A 의 값은 5 와 −5 이다.
먼저, A 가 5 라고 할 때 같은 거리에 있는 좌표 4와의 거리가 1 이므로 B 의 값은 4 에서 왼쪽으로 1 만큼 이동한 3 이 된다. 또, A 가 −5 라고 할 때 같은 거리에 있는 좌표와 거리가 9 이므로 B 의 값은 4 에서 오른쪽으로 9 만큼 이동한 13 이 된다. 따라서 B 가 될 수 있는 값은 3 과 13 이 된다.

27. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로
$2^{11},\ 3^{11},\ \cdots$
소인수가 2 개일 때, $12=4\times3=6\times2$
$2^3 \times 3^2 = 72,\ 2^2 \times 3^3 = 108,\ 2^3 \times 5^2 = 200,\ \cdots$
$2^5 \times 3 = 96,\ 2^5 \times 5 = 160,\ \cdots$
소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$
$2^2 \times 3 \times 5 = 60,\ 2^2 \times 3 \times 7 = 84,\ 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \cdots$
따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.
$\therefore\ 84 - 60 = 24$

28. 네 자리 수 $abab$ 의 약수의 개수가 4 개일 때, $abab$ 가 최솟값이 되는 숫자 a 와 숫자 b 를 각각 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1,\ b = 1$

해설

$abab = 101 \times ab$
101 은 소수이므로 $abab$ 가 4 개의 약수를 갖기 위해서는 ab 는 소수가 되어야 한다.
따라서, $abab$ 가 최솟값을 갖는 ab 의 값은 11 이다.
$\therefore a = 1, b = 1$

29. 100 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

약수의 개수가 홀수인 자연수는 제곱수이므로
$1^2, 2^2, \cdots, 10^2$ 의 10 개가 있다.

30. 두 정수 a, b 를 수직선 위에 나타내면 두 수 사이의 거리는 12 이고 $|a| = 3|b|$ 일 때, 가능한 a, b 의 값 중 가장 큰 a와 가장 작은 b 를 더한 값은 얼마인가?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 10 ⑤ 12

해설

(i) $a < 0$, $b > 0$ 또는 $a > 0$, $b < 0$ 일 때,

또는

이다. $12 \div 4 = 3$이므로 $a = -9$, $b = 3$ 또는 $a = 9$, $b = -3$ 이다.

(ii) $a < 0$, $b < 0$ 또는 $a > 0$, $b > 0$ 일 때,

또는

이다. $12 \div 2 = 6$ 이므로 $a = -18$, $b = -6$ 또는 $a = 18$, $b = 6$ 이다.

따라서 가장 큰 $a = 18$ 가장 작은 $b = -6$으로 두 수의 합은 12 이다.

31. 두 정수 x, y 에 대하여 $|x+3|+|y+2|=15$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 60 개

해설

$0 \le |x+3|,\ 0 \le |y+2|$ 이므로, $|x+3|+|y+2|=15$ 를 만족하는 순서쌍 $(|x+3|,\ |y+2|)$ 은

$(|x+3|,\ |y+2|)$

$= (0,15), (1,14), (2,13), (3,12), (4,11), (5,10), (6,9), (7,8), (8,7), (9,6), (10,5), (11,4), (12,3), (13,2), (14,1), (15,0)$

x, y 가 0 을 되는 순서쌍을 제외하면 순서쌍마다 x, y 는 두 개의 값을 가지므로

$\therefore$ 순서쌍 (x, y)의 개수 $= 2 \times 2 + 4 \times 14 = 60$(개)

32. 두 정수 a, b 가 $b < a < 0$ 일 때, $|a| + |b - a| = 5$ 이다. 이를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$b < a < 0$ 이므로, $|a| = -a$, $|b - a| = -(b - a)$ 이다.

$|a| + |b - a| = 5$
$(-a) - (b - a) = 5$
$\therefore b = -5$

$-5 < a < 0$ 이므로, a 는 $-4, -3, -2, -1$ 중 하나이다.
따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 4 개이다.