

1. 18 에 적당한 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때 곱해야 할 자연수를 가장 작은 것부터 3 개를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 8

▷ 정답 : 18

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

곱해야 할 자연수를  $x$  라 할 때,

$$(2 \times 3^2) \times x = y^2$$

$$x = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, \dots$$

$$= 2, 8, 18, \dots$$

2. 588 을 588 보다 작은 자연수  $a$  로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수  $b$  가 되었다. 가능한  $b$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

$a$  는 3,  $2^2 \times 3$ ,  $3 \times 7^2$  이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588 보다 작다고 했으므로  $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$  일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

3. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답: 회전

▷ 정답: 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ ,  $48 = 2^4 \times 3$  의 최소공배수는  $2^4 \times 3^2 = 144$  이다.

∴ B 의 회전수는  $\frac{144}{48} = 3$  (회전)

4. 자연수  $3^a \times 5^4 \times 7^5$  의 약수의 개수가 120 이다. 이때,  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$$

$$a+1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

5. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수  $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$  이므로

약수의 개수는  $(5+1) \times (2+1) = 18$  (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$  이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$  (개)

$6 \times (a+1) = 18$  이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

6.  $3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수는  $(2+1) \times (a+1) = 12$  (개)  
즉,  $3 \times (a+1) = 12$  이므로  $a = 3$  이다.

7.  $2^2 \times \square$  는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중  $\square$  안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4      ② 8      ③ 15      ④ 30      ⑤ 32

해설

$12 = (2+1) \times (1+1) \times (1+1)$  이므로

$\square = a \times b$  ( $a, b$  는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$  이므로 가장 작은 소수는  $3 \times 5$ ,

$\therefore \square = 15$

8.  $5^6 \times \square$  의 약수의 개수가 21 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

- ① 1      ② 4      ③ 9      ④ 16      ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$  에 알맞은 가장 작은 자연수는  $2^2 = 4$

$\therefore 4$

9.  $2^3 \times \square$  의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중  $\square$  안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3      ② 4      ③ 7      ④ 9      ⑤ 16

해설

②  $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$  이므로 약수의 개수는  $5 + 1 = 6$  (개)이다.

④  $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$  이므로 약수의 개수는  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개)이다.

10. 가로 길이 140cm, 세로 길이 105cm, 높이 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를  $a$ cm, 정육면체의 개수를  $b$ 개라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

- ① 107      ② 108      ③ 109      ④ 110      ⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는  
140, 105, 210의 최대공약수이므로  
 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ ,  $105 = 3 \times 5 \times 7$ ,  $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$   
최대공약수는  $5 \times 7 = 35$   
 $\therefore a = 35$   
정육면체의 개수는  
 $(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72$  (개)  
 $\therefore b = 72$   
 $\therefore a + b = 107$





13. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

- ① 6 그루                      ② 18 그루                      ③ 24 그루  
④ 38 그루                      ⑤ 41 그루

**해설**

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로

나무의 수는

$$(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13 \\ = 38 \text{ (그루)}$$



15. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m    ② 16m    ③ 18m    ④ 20m    ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을  $x$  라 할 때,  
 $48 = x \times \square$ ,  $32 = x \times \triangle$   
 $x$  는 48과 32의 최대공약수이므로  
 $48 = 2^4 \times 3$ ,  $32 = 2^5$   
 $\therefore x = 2^4 = 16$  (m)

16. 세 자연수  $5 \times a$ ,  $6 \times a$ ,  $9 \times a$  의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

- ① 8      ② 9      ③ 15      ④ 24      ⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는  $a$  이고,  
 $5 \times a$ ,  $2 \times 3 \times a$ ,  $3^2 \times a$  의 최소공배수는  
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$  이다.  
따라서  $a = 3^2 = 9$  이다.

17. 세 자연수  $5 \times a$ ,  $7 \times a$ ,  $3 \times a$  의 최소공배수가 420 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{l} a) \frac{5 \times a}{5} \quad \frac{7 \times a}{7} \quad \frac{3 \times a}{3} \\ a \times 5 \times 7 \times 3 = 420 \\ \therefore a = 4 \end{array}$$

18. 세 자연수  $5 \times x$ ,  $6 \times x$ ,  $9 \times x$  의 최소공배수가 270 일 때,  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$ ,  $6 \times x = 2 \times 3 \times x$ ,  $9 \times x = 3^2 \times x$  의 최소공배수는  
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$   
따라서  $x = 3$  이다.

19. 연희는 아침잠이 많아서 매일 두 개의 알람시계를 맞추고 잔다. 알람시계 한 개는 10 분마다 울리고, 나머지 한 개는 15 분마다 울린다. 오전 7 시에 두 알람시계가 울렸을 때, 그 다음에 처음으로 동시에 울리는 시각을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 오전 7 시 30 분

해설

10 과 15 의 최소공배수는 30 이므로 두 알람시계는 30 분마다 벨이 동시에 울린다. 따라서 오전 7 시 이후 처음으로 동시에 울리는 시각은 오전 7 시 30 분이다.

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 10 \quad 15} \\ \underline{2 \quad 3} \end{array}$$

20. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답: 요일

▶ 정답: 화요일

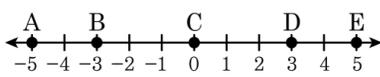
**해설**

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.



22. 다음 수직선 위에 표시된 수의 절댓값을 잘못 표시한 것은? (정답 2개)



- ① A : -5      ② B : -3      ③ C : 0  
④ D : 3      ⑤ E : 5

해설

A의 좌표는 -5 이므로 절댓값은 5 를 의미한다.  
B의 좌표는 -3 이므로 절댓값은 3 를 의미한다.  
C의 좌표는 0 이므로 절댓값은 0 을 의미한다.  
D의 좌표는 3 이므로 절댓값은 3 을 의미한다.  
E의 좌표는 5 이므로 절댓값은 5 를 의미한다.

23.  $a$ 의 절댓값이 3 이고  $a$ 는  $b$ 보다 5만큼 클 때,  $b$ 의 부호를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $b < 0$

해설

(i)  $a = 3$  일 때

$3 = b + 5, \quad b = -2, \quad b < 0$

(ii)  $a = -3$  일 때

$-3 = b + 5, \quad b = -8, \quad b < 0$

24. 다음 중 옳지 않은 것을 고르시오.(정답 2개)

- ①  $a > 0$  일때, 절댓값이  $a$  인 수는 2 개이다.
- ② 절댓값이 8 인 수는 8 뿐이다.
- ③ 0 의 절댓값은 존재하지 않는다.
- ④ 절댓값은 0 또는 양수만 될 수 있다.
- ⑤ 3 의 절댓값과 -3 의 절댓값은 일치한다.

해설

- ①  $a > 0$  일때, 절댓값이  $a$  인 수는  $a$  와  $-a$  이다.
- ② 절댓값이 8 인 수는 8 과  $-8$  이다.
- ③ 0 의 절댓값은 0 하나뿐이다.
- ④ 절댓값은 거리이므로 음수가 될 수 없다.
- ⑤ 3 의 절댓값은 3 이고  $-3$  의 절댓값은 3 이다.

25. 다음 수를 절댓값이 큰 수부터 차례로 배열하여라.

-3, 0, +2, 10, -3.5, 2.5

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: -3.5

▷ 정답: -3

▷ 정답: 2.5

▷ 정답: +2

▷ 정답: 0

해설

각각의 절댓값을 구하면 3, 0, 2, 10, 3.5, 2.5 이므로 절댓값이 큰 수부터 나열하면 10, -3.5, -3, 2.5, +2, 0 이다.

26. 다음 수들을 절댓값이 작은 수부터 차례대로 나열하여라.

$$3, -\frac{9}{4}, 0, -2, \frac{10}{3}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: -2

▷ 정답:  $-\frac{9}{4}$

▷ 정답: 3

▷ 정답:  $\frac{10}{3}$

해설

절댓값을 차례대로 구하면

$$3, \frac{9}{4}, 0, 2, \frac{10}{3} \text{이다.}$$

따라서 절댓값이 작은 수부터 차례대로 쓰면,

$$0, -2, -\frac{9}{4}, 3, \frac{10}{3} \text{이다.}$$

27. 수직선 위에 나타낸 두 수 -7 와 8 의 가운데 수를  $A$ , -5 과 -16 의 가운데 수를  $B$  라 할 때, 두 수  $A$ ,  $B$  사이의 거리를 구한 것은?

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

해설

$$A = \frac{-7+8}{2} = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{-5-16}{2} = -\frac{21}{2}$$

$$\begin{aligned} (A, B \text{ 사이의 거리}) &= \left| \frac{1}{2} - \left(-\frac{21}{2}\right) \right| \\ &= \left| \frac{1}{2} + \frac{21}{2} \right| \\ &= 11 \end{aligned}$$

28. 다음 수들에 대한 설명으로 옳은 것은?

$-3, 2.5, -\frac{2}{3}, 0, 1, 0.3$

- ① 절댓값이 가장 큰 수는 2.5 이다.
- ② 양수 중 가장 작은 수는 0 이다.
- ③ 가장 큰 수는 1 이다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ⑤ 0.3 보다 큰 수는 3 개이다.

해설

숫자가 작은 순으로 차례로 나열하면

$-3, -\frac{2}{3}, 0, 0.3, 1, 2.5$  이므로,

- ① 절댓값이 가장 큰 수는  $-3$  이다.
- ② 양수 중 가장 작은 수는 0.3 이다.
- ③ 가장 큰 수는 2.5 이다.
- ④ 절댓값이 가장 작은 수는 0 이다.
- ⑤ 0.3 보다 작은 수는 3 개이다.

29. 다음 중 두 수의 대소관계가 바르게 된 것은?

- ①  $+\frac{3}{7} > -\frac{1}{2}$       ②  $-2 < -3$       ③  $0 < -5$   
④  $+\frac{1}{4} > +\frac{1}{2}$       ⑤  $-\frac{2}{3} > -\frac{1}{3}$

해설

음수는 절댓값이 클수록 작으므로

②  $-2 > -3$

③  $0 > -5$

④  $+\frac{1}{4} < +\frac{1}{2}$

⑤  $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$

30. 다음 수 중에서 세 번째로 작은 수를 구하여라.

$$-\frac{2}{5}, \quad -4, \quad 0, \quad -\frac{1}{3}, \quad \frac{3}{4}$$

▶ 답:

▷ 정답:  $-\frac{1}{3}$

해설

$$-4 < -\frac{2}{5} < -\frac{1}{3} < 0 < \frac{3}{4}$$

31. 자연수 120 을 소인수분해했더니  $2^a \times b \times c$  이고 약수의 개수는  $d$  개이다.  $a+b+c+d$  의 값은?

- ① 27      ② 16      ③ 29      ④ 18      ⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$  이므로  $a = 3, b = 3, c = 5$ ,  
약수의 개수  $d = (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$   
 $\therefore a+b+c+d = 27$

32. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 기호로 써라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.

문제) 98의 약수의 개수 구하기

풀이) ㉠ 먼저 98을 소인수분해하면  $98 = 2 \times 7^2$ 이다.

㉡ 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.

㉢ 따라서 98의 약수의 개수는

$(0+1) \times (2+1) = 3$  (개)이다.

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

㉢ 98을 소인수분해하면  $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와  $7^2$ 의

지수는 각각 1, 2이므로 98의 약수의 개수는

$(1+1) \times (2+1) = 6$  (개)이다.

33. 960으로 나누면 나누어 떨어지고, 1 과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 105 개인 최소의 자연수  $n$  의 값은?

- ① 123500                      ②  $2^7 \times 3^2 \times 5^2$                       ③ 128000  
④  $2^6 \times 3^3 \times 5$                       ⑤ 129600

해설

$N = a^m b^n c^l \dots$  에서 양의 약수의 개수는  $(m+1)(n+1)(l+1) \dots$  이고, 약수의 개수가  $105 = 3 \times 5 \times 7$  (개)이므로  $m, n, l$  의 값은 차례로 2, 4, 6 이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로,  $a, b, c$  의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면  $N = 2^6 \times 3^4 \times 5^2$  이고, 이 수는  $960 = 2^6 \times 3 \times 5$  의 배수이므로 129600 이 답이 된다.

34.  $x$ 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때,  $x$ 값의 개수를 구하여라.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**해설**

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.  
500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

35. 두 수  $2^2 \times 3$ 과  $2^2 \times 5$ 의 공배수를 옳게 표현한 것은?

- ① 30의 약수      ② 30의 배수      ③ 60의 약수  
④ 60의 배수      ⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$  과  $2^2 \times 5$  의 최소공배수는  $2^2 \times 3 \times 5 = 60$  이다.



37. 서로 다른 세 수  $a, b, c$  가 다음을 만족할 때, 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내어라.

- ㉠  $a > 3, b > -3$
- ㉡  $|b| = |-3|$
- ㉢  $3 < c < 5$
- ㉣ 수직선에 나타냈을 때,  $a$  가  $c$  보다  $-3$  에 더 가깝다.

▶ 답:

▶ 정답:  $b < a < c$

해설

㉠과 ㉡에 의하여  $b = 3$   
 $a$ 가  $c$ 보다  $-3$ 에 가까우므로  $a < c$   
 $\therefore b < a < c$

38.  $|a| = 4$ ,  $|b| = 9$  를 만족하는 두 수  $a$ ,  $b$  를 수직선 위에 나타낼 때, 두 수 사이의 거리의 최댓값은?

- ① 5      ② 8      ③ 13      ④ 18      ⑤ 31

해설

$a = -4$  또는  $+4$  이고,  $b = -9$  또는  $+9$  이다.  
따라서 두 수 사이의 최댓값은  $-4$  와  $9$  의 거리 또는  $-9$  와  $4$  의 거리인  $13$  이다.

39. 절댓값이 7인 수 중에서 작은 수를  $a$ , 절댓값이 4인 수 중에서 큰 수를  $b$  라 할 때,  $a$  보다 크고  $b$  보다 크지 않은 정수의 개수는?

- ① 3개    ② 4개    ③ 7개    ④ 9개    ⑤ 11개

해설

$|7| = +7, -7$  이므로  $a = -7$   
 $|4| = +4, -4$  이므로  $b = +4$   
구하고자 하는 정수를  $x$ 라 하면  $-7 < x \leq 4$   
 $x = -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  이므로  $x$ 의 개수는 11개이다.