1. 다음 중 유리수가 아닌 것은?

- ① π ② $0.\dot{1}7$ ③ 3.14
④ $\frac{3^5}{2^3 \times 3 \times 7}$ ⑤ $0.21\dot{3}4$

해설

π 는 $3.141592\dots$ 인 순환하지 않는 무한소수이다.

2. $x = 2.6666\dots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

- ① 0.26 ② 2.6 ③ 2.4 ④ 24 ⑤ 26.66

해설

10을 곱하면 $10x = 26.6666\dots$
 $x = 2.6666\dots$ 이므로
 $10x - x = 24$ 이다.

3. 다음은 순환소수 $0.4\dot{3}5$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ① ~ ⑤ 안에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것은?

$0.4\dot{3}5 = x$ 라 하면
 $x = 0.4\dot{3}5 = 0.43535 \dots$
①) $x = 4.3535 \dots$ ㉠
②) $x = 435.3535 \dots$ ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
③) $x = 4$
 $\therefore x = 5$

- ① 10 ② 1000 ③ 999 ④ 431 ⑤ $\frac{431}{990}$

해설

- ① 10
② 1000
③ 990
④ 431
⑤ $\frac{431}{990}$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 무한소수는 모두 유리수가 아니다.
- ⑤ 유리수에는 정수와 유한소수만 포함된다.

해설

- ② 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 순환소수는 유리수이다.
- ⑤ 순환소수도 유리수이다.

5. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$$

$$a = 4, b = 1000, c = 0.052$$

$$\therefore \frac{52}{4} = 13$$

6. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$
④ $\frac{25}{48}$

② $\frac{12}{60}$
⑤ $-\frac{24}{15}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

7. $\frac{51}{90}$ 에 어떤 자연수 A 를 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, A 의 값이 될 수 없는것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 6 ② 5 ③ 9 ④ 15 ⑤ 17

해설

$$\frac{51}{90} = \frac{17}{30} = \frac{17}{2 \times 3 \times 5}$$

$\frac{17}{2 \times 3 \times 5} \times A$ 가 유한소수가 되려면 3이 약분되어야 하므로 A 는 3의 배수이어야 한다.
5와 17은 3의 배수가 아니므로 유한소수가 될 수 없다.

8. 소수 $0.038888\dots$ 을 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합은?

- ① 938 ② 935 ③ 187 ④ 184 ⑤ 1037

해설

$$0.038888\dots = 0.03\dot{8} = \frac{38-3}{900} = \frac{7}{180} \text{ 이므로}$$

분모와 분자의 합은 187 이다.

9. 네 수 a, b, c, d 가 다음과 같을 때, 네 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면?

$$a = 0.123, b = 0.12\bar{3}, c = 0.1\bar{2}3, d = 0.\bar{1}23$$

- ① $a < b < c < d$ ② $d < c < b < a$ ③ $a < d < c < b$
④ $b < c < d < a$ ⑤ $a < c < d < b$

해설

a . 0.123
 b . 0.123333...
 c . 0.12323...
 d . 0.123123...
이므로 $a < d < c < b$ 이다.

10. $\frac{5}{36}$, $\frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.3$, $y + 0.3$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$\frac{5}{36} = x - \frac{3}{9}$$

$$\therefore x = \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36}$$

$$\frac{13}{36} = y + \frac{3}{9}$$

$$\therefore y = \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17$$

11. 순환소수 $9.\dot{3}$ 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$9.\dot{3} = \frac{93 - 9}{9} = \frac{28}{3} \text{ 이고,}$$

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 제곱이 되게 하는 자연수는 3과 7의 공배수이다.

따라서 가장 작은 자연수는 21이다.

12. x 가 1이상 50이하인 자연수일 때, $\frac{x}{105}$ 가 유한소수로 나타내어진다고 한다. 이때, x 의 값이 될 수 있는 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$105 = 3 \times 5 \times 7$ 이므로 x 는 21의 배수이다.
따라서 21의 배수는 21, 42의 2개다.

13. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\dots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

14. $\frac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{7}5\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

- ① 4991 ② 4992 ③ 4993 ④ 4994 ⑤ 4995

해설

$$0.2\dot{7}5\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$$\therefore a = 4995$$

15. 분수 $\frac{8}{7}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 소수점 아래 100번째 자리의 숫자까지의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 447

해설

$\frac{8}{7} = 1.142857$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 $(1+4+2+8+5+7) \times 16 + (1+4+2+8) = 447$

16. $0.\dot{2} < 0.a < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{2}{9} < \frac{a}{9} < \frac{53}{90}$$

$$2 < a < \frac{53}{10}$$

$$2 < a < 5.3$$

17. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 이라고 정의한다. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 = x^{500} \times y!$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 502

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 \\ &= (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 500) \\ &= 2^{500} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500) \\ &= 2^{500} \times 500! \\ \therefore & x = 2, y = 500 \\ \therefore & x + y = 502 \end{aligned}$$

18. $b < a$ 인 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 는 기약분수이고, $\frac{10^3 b}{a}$ 는 자연수이다. a 에 해당하는 자연수로서 두 자리 자연수 중 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\frac{b}{a}$ 는 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고,
 $\frac{10^3 b}{a}$ 는 자연수이므로 a 는 10^3 의 약수이다.

	2^0	2^1	2^2	2^3
5^0	1	2	4	8
5^1	5	10	20	40
5^2	25	50	100	200
5^3	125	250	500	1000

따라서 a 를 소인수분해하면 $2^x \times 5^y$ (x, y 는 음이 아닌 정수)의 꼴이다.
 a 에 해당하는 자연수를 표로 나타내보면 아래와 같다. 따라서 두 자리 수 중 최댓값은 50 이고 최솟값은 10 이다.
 $\therefore 50 + 10 = 60$

19. $x = \frac{5}{6}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때, 순환마디의 각 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} \\ &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{5}{6} + \frac{5}{11} = \frac{85}{66} = 1.2878787 \dots$$

따라서 순환마디는 87이므로
각 수의 합은 $8 + 7 = 15$ 이다.

20. 3의 배수가 아닌 자연수 x 에 대하여 $f(x)$ 를 $\frac{x}{3}$ 를 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.

이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \dots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \dots + \frac{f(88)}{f(89)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{3} = 0.33333\dots = 0.\dot{3}, \quad f(1) = 3$$

$$\frac{2}{3} = 0.66666\dots = 0.\dot{6}, \quad f(2) = 6$$

$$\frac{4}{3} = 1.33333\dots = 1.\dot{3}, \quad f(4) = 3$$

$$\frac{5}{3} = 1.66666\dots = 1.\dot{6}, \quad f(5) = 6 \text{ 이므로}$$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(4)}{f(5)} + \frac{f(7)}{f(8)} + \dots + \frac{f(19)}{f(20)} + \frac{f(22)}{f(23)} + \dots + \frac{f(88)}{f(89)} \text{ 은}$$

분모가 6이고 분자가 3인 수들의 합이다.

$$89 = 3 \times 30 - 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{구하는 값은 } \frac{1}{2} \times 30 = 15$$