

1. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로
 $(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$
 $x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$
 a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로
 $\square = 2^3 = 8$

2. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

3. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

4. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

5. 세 변의 길이가 각각 66 m, 84 m, 78 m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?
- ① 6 그루 ② 18 그루 ③ 24 그루
④ 38 그루 ⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
나무의 수는
 $(66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) = 11 + 14 + 13$
 $= 38$ (그루)

6. 세 변의 길이가 각각 96 m, 84 m, 108 m 인 삼각형 모양의 농장이 있다. 이 농장의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 철조망을 설치하려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 말뚝을 박아야 하며, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 말뚝은 최소한 몇 개를 준비해야 하는지 고르면?

① 12 개 ② 18 개 ③ 24 개 ④ 30 개 ⑤ 36 개

해설

96, 84, 108 의 최대공약수는 12 이므로

말뚝의 개수는

$$(96 \div 12) + (84 \div 12) + (108 \div 12) = 8 + 7 + 9 \\ = 24 \text{ (개)}$$

7. 원주 위를 같은 방향으로 움직이는 세 점 A, B, C 가 3 분에 각각 45 바퀴, 30 바퀴, 60 바퀴를 돈다. 원주 위의 한 점 P 에서 세 점 A, B, C 가 동시에 출발하여 출발한 이후 1 시간 동안 점 P 를 동시에 통과하는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 300 회

해설

A 가 3 분에 45 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{15}$ 분, 즉 4 초가 걸리고, B 가 3 분에 30 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{10}$ 분, 즉 6 초 걸리고, C 가 3 분에 60 바퀴를 돌면 1 바퀴 도는 데는 $\frac{1}{20}$ 분, 즉 3 초가 걸린다.
즉, 같은 지점에서 처음에 같이 출발했다가 다시 같이 출발하는 데는 4, 6, 3 의 최소공배수인 12 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 1 시간 (3600 초) 동안 $3600 \div 12 = 300$ (회) 동시에 통과한다.

8. A와 B가 함께 일자리를 구했다. A는 4일간 일하고 하루 쉬고, B는 5일간 일하고 이틀간 쉬기로 하였다. 이와 같이 180일간 일한다면, 두 사람이 같이 쉬는 일수는?

① 5 일 ② 10 일 ③ 15 일 ④ 20 일 ⑤ 35 일

해설

5와 7의 최소공배수는 35,
35일 동안 B가 쉬는 날은 6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28, 34, 35
일,
이 중에 A가 쉬는 날은 20, 35일
따라서 180일 동안 두 사람이 함께 쉬는 날은
 $2 \times 5 = 10$ (일)이다.

9. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답 : 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.
4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

10. $|a| = \frac{2}{3}$, $|b| = 0.5$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값으로 옳은 것은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{7}{3}$

해설

$$\left| +\frac{2}{3} \right| = \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} \therefore a = +\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$$

$$|+0.5| = |-0.5| = 0.5 \therefore b = +0.5, -0.5$$

$$a = +\frac{2}{3}, b = +0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(+\frac{2}{3} \right) + (+0.5) = +\frac{7}{6}$$

$$a = +\frac{2}{3}, b = -0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(+\frac{2}{3} \right) + (-0.5) = +\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = +0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(-\frac{2}{3} \right) + (+0.5) = -\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(-\frac{2}{3} \right) + (-0.5) = -\frac{7}{6}$$

$$-\frac{7}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6} \text{ 이므로 최솟값은 } -\frac{7}{6} \text{ 이다.}$$

11. 수직선 위에서 두 정수 A , B 로부터 같은 거리에 있는 좌표가 2 이고 A 의 절댓값의 크기가 6 일 때, B 가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 10 또는 +10

해설

A 의 절댓값의 크기가 6 일 때, A 의 값은 6 과 -6 이다.
먼저, A 가 6 이라고 할 때 같은 거리에 있는 좌표 2와의 거리가 4 이므로 B 의 값은 2 에서 왼쪽으로 4 만큼 이동한 -2 가 된다.
또, A 가 -6 이라고 할 때 같은 거리에 있는 좌표와 거리가 8 이므로 B 의 값은 2 에서 오른쪽으로 8 만큼 이동한 10 이 된다.
따라서 B 가 될 수 있는 값은 -2 와 10 이 된다.

12. 두 유리수 a, b 에 대하여 $|a| = |b|$, $a - b = \frac{12}{5}$ 일 때, b 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{12}{5}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{18}{5}$

해설

절댓값이 같으므로 a, b 는 원점에서 같은 거리만큼 떨어진 수 이다. $a - b = \frac{12}{5}$ 이므로 두 수 사이의 거리가 $\frac{12}{5}$ 이고 $a = -b$ 이므로 $a = \frac{12}{5} \div 2 = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$ 이다.
 $\therefore b = -\frac{6}{5}$

13. 서로 다른 유리수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족할 때, a, b, c, d 의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

- ㄱ. 수직선에서 a 와 c 를 나타내는 점은 원점으로부터 같은 거리에 있다.
- ㄴ. 수직선에서 d 를 나타내는 점은 a 를 나타내는 점보다 원점에 가깝다.
- ㄷ. a 는 음수이다.
- ㄹ. $b - c > 0$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < d < c < b$

해설

ㄱ, ㄷ에서 $|a| = |c|$ 이고, $a < 0, c > 0$ 임을 알 수 있다.
ㄴ에서 $d > a$ 를 알 수 있고, ㄱ에서 $a < d < c$ 를 알 수 있다.
ㄹ에서 $b > c$ 를 알 수 있다.

14. 서로 다른 세 정수 a, b, c 가 다음을 만족한다. 가장 큰 수는 어떤 수인지 구하여라.

a 와 b 는 절댓값이 같다.
 c 는 a 보다 수직선의 왼쪽에 위치한다.
 c 는 0보다 작지 않다.

▶ 답 :

▷ 정답 : a

해설

a 와 b 는 절댓값이 같다. $\Rightarrow |a| = |b|$
 c 는 a 보다 수직선의 왼쪽에 위치한다. $\Rightarrow c < a$
 c 는 0 보다 작지 않다. $\Rightarrow c \geq 0$ 이고 $0 \leq c < a$ 이므로 b 는 음수이다.
즉, $b < c < a$ 이다.

15. $[x]$ 는 x 이하의 수 중에서 가장 큰 정수라 하고, $\langle x \rangle$ 는 x 이상의 수 중에서 가장 작은 정수라 하자. $\left[-\frac{19}{4}\right]$ 과 $\langle -2.6 \rangle$ 를 수직선에 나타낼 때, 두 수 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\left[-\frac{19}{4}\right] = -5, \langle -2.6 \rangle = -1$$

$\therefore$ 두 수 사이의 거리는 4이다.