

1. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-36a^2$

② $-6a$

③ $6a$

④ $6a^2$

⑤ $36a^2$

해설

$-6a > 0$ 이므로 $\sqrt{(-6a)^2} = -6a$

2. $a < 0$ 일 때, 다음을 근호 없이 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{a^2} = -a$	㉡ $-\sqrt{(3a)^2} = -3a$
㉢ $-\sqrt{4a^2} = 2a$	㉣ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\text{㉡ } -\sqrt{(3a)^2} = -\sqrt{9a^2} = -3|a| = 3a$$

$$\text{㉣ } -\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -5|a| = 5a$$

3. $a > 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\sqrt{4a^2} = 2a$

㉡ $-\sqrt{a^2} = a$

㉢ $-\sqrt{9a^2} = -3a$

㉣ $\sqrt{(-5a)^2} = 5a$

㉤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ $-\sqrt{a^2} = -a$

4. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2}$ 를 간단히 하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $0 < 1-a < 1$ 이므로 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(1-a)^2} &= -(a-1) - (1-a) \\ &= -a + 1 - 1 + a = 0\end{aligned}$$

5. $\sqrt{78+a}=b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$78+a=9^2=81$$

$$\therefore a=3, b=9$$

$$\therefore a+b=12$$

6. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$1 - \sqrt{5} < 0$ 이므로 $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$

(준식) $= \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 3) = -4$

7. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

- ① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$ ② $\sqrt{2x} = 4$ ③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$
④ $2x + 1 = 1$ ⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

8. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

- ① $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수
- ② $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 있는 수
- ③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수
- ④ $\frac{a}{b}$ 으로 나타낼 수 있는 수
- ⑤ $\frac{b}{a}$ ($b \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 으로 나타낼 수 없는 수이다.

9. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$

② $A > C > B$

③ $B > A > C$

④ $B > C > A$

⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$\therefore B > A > C$ 이다.

10. $-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}} \\ & = -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11} \times \sqrt{2}} \times 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -8 \end{aligned}$$

11. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

- ① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

12. 한 면의 넓이가 54cm^2 인 정육면체가 있다. 이 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm^3

▷ 정답 : $162\sqrt{6}\underline{\text{cm}^3}$

해설

한 변의 길이가 $\sqrt{54}\text{cm}$ 이므로
정육면체의 부피는
$$\begin{aligned}\sqrt{54} \times \sqrt{54} \times \sqrt{54} &= 54\sqrt{54} \\ &= 54 \times 3\sqrt{6} \\ &= 162\sqrt{6}(\text{cm}^3)\end{aligned}$$

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

14. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$$(-9)^2=81=(\pm 9)^2$$

$$\therefore a=9$$

$$\sqrt{625}=25=(\pm 5)^2$$

$$\therefore b=-5$$

$$\therefore a+b=9-5=4$$

15. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

① -11

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

16. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

17. 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{\frac{216a}{7}} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값은?

① 33

② 36

③ 42

④ 44

⑤ 78

해설

$$\sqrt{\frac{216a}{7}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times a}{7}} = b$$

$a = 7 \times 2 \times 3 = 42$ 일 때 최소

$$b = \sqrt{\frac{2^3 \times 3^3 \times 7 \times 2 \times 3}{7}} = 2^2 \times 3^2 = 36$$

$$\therefore a + b = 42 + 36 = 78$$

18. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$$

$$\sqrt{5x + y} = \sqrt{5x + 3x - 12} = \sqrt{8x - 12}$$

$$\sqrt{8x - 12} = 1 \Rightarrow 8x - 12 = 1, x = \frac{13}{8}$$

(x 는 자연수가 아니다.)

$$\sqrt{8x - 12} = 2 \Rightarrow 8x - 12 = 4, x = 2$$

따라서 $x = 2$ 이다.

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^3

③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

20. $6 < \sqrt{3n} < 8$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중 최댓값을 a , 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 8$

해설

$$6 < \sqrt{3n} < 8 \rightarrow 36 < 3n < 64 \rightarrow 12 < n < \frac{64}{3}$$

$$\text{즉 } a = 21, b = 13 \quad \therefore a - b = 8$$

21. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

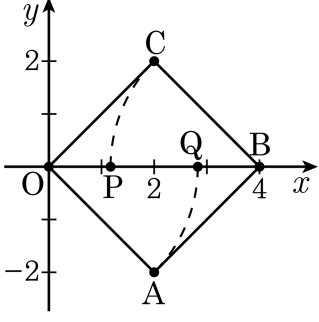
22. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

23. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{OA} = \overline{OQ}$, $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.



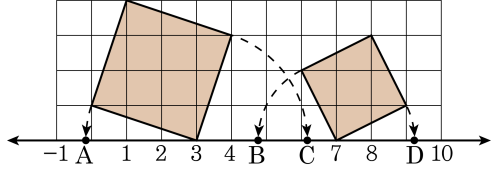
▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = 4$

해설

$p = 4 - 2\sqrt{2}$
 $q = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ 이므로
 $p + q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4$ 이다.

24. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

25. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

26. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

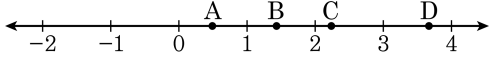
④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

27. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$\sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$, $\sqrt{3} + 2$, $\sqrt{3} + 4$, $4 - \sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$: B
 $-1 < 1 - \sqrt{2} < 0$: 대응점 없음
 $0 < 2 - \sqrt{2} < 1$: A
 $3 < \sqrt{3} + 2 < 4$: D
 $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$: 대응점 없음
 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3$: C
 $\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$

28. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

29. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

30. 제곱근의 나눗셈을 이용하였더니 $\sqrt{10}$ 은 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 a 배였고, $\sqrt{21}$ 은 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ 의 b 배였다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 8$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} &= \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{\frac{10 \times 5}{2}} \\ &= \sqrt{25} = 5\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{21} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a + b = 5 + 3 = 8$$

31. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

32. $\sqrt{ab} = 3$ 일 때, $\sqrt{ab} - \frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{ab} - \frac{5\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{ab^2}}{\sqrt{b}} \\ &= \sqrt{ab} - 5\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \\ &= 3 - 5 \times 3 + 2 \times 3 = -6 \end{aligned}$$

33. $6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} = 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 12$

해설

$$\begin{aligned}\text{좌변} : 6\sqrt{12} \times 2\sqrt{3} \div 9\sqrt{2} &= \frac{12\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}}{9\sqrt{2}} \\ &= \frac{8}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

$$\text{우변} : 32\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div A = 48\sqrt{2} \div A$$

$$\therefore 48\sqrt{2} \div A = \frac{8}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore A = 48\sqrt{2} \div \frac{8}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{8} = 12$$