

1. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠ $4x^2 - 6x + 1$ ㉡ $4x^2 - 7x + 3$ ㉢ $4x^2 - 4x + 5$
㉣ $4x^2 - 8x + 2$ ㉤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

2. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

3. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x + 1$ 로 연속으로 나눌 때
차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

4. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

5. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

6. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

7. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x+2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

8. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

9. $x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2 - 6x + 5$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x = \frac{1 + \sqrt{2}i}{3} \text{ 이므로}$$

$$3x = 1 + \sqrt{2}i$$

$$3x - 1 = \sqrt{2}i$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 9x^2 - 6x + 1 = -2$$

$$\therefore 9x^2 - 6x = -3$$

$$9x^2 - 6x + 5 \text{ 에서 } 9x^2 - 6x \text{ 가 } -3 \text{ 이므로 } -3 + 5 = 2$$

10. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

- ① $x \geq 2$

② $x \leq 3$

③ $x \leq 2$
- ④ $x \geq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2+5x-6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}\text{이려면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

$$\textcircled{1} \ x-3 \leq 0, \ x \leq 3$$

$$\textcircled{2} \ 2-x \leq 0, \ x \geq 2$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 동시에 만족시켜야 하므로

$$\therefore 2 \leq x \leq 3$$

11. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

12. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k < 1$

② $k \leq 1$

③ $k < 3$

④ $k \leq 3$

⑤ $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

13. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ 7 ④ 20 ⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$
$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

14. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + k$ 의 최댓값이 $\frac{5}{2}$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x^2 - 6x + k = -3(x^2 + 2x + 1) + k + 3 = -3(x + 1)^2 + k + 3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, k + 3)$ 이다.

주어진 함수는 위로 볼록한 함수이므로 꼭짓점의 y 의 값이 최댓값이 된다.

$$\therefore k + 3 = \frac{5}{2} \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

15. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$
 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
 $\therefore$ 최댓값 : $(-2 - 1)^2 - 3 = 6$

16. 사차방정식 $x^4 + 5x^3 - 20x - 16 = 0$ 의 네 근의 제곱의 합을 구하면?

- ① 25 ② 20 ③ 10 ④ 7 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 5x^3 - 20x - 16 \\ &= (x+1)(x^3 + 4x^2 - 4x - 16) \\ &= (x+1)(x+4)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x+4)(x+2)(x-2) \\ &\text{따라서 네근은 } -1, -2, -4, 2 \\ &\therefore \text{네근의 제곱의 합은 } 1 + 4 + 16 + 4 = 25 \end{aligned}$$

17. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

18. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

19. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2, y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$ 일 때

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$$

20. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

21. x 에 대한 부등식 $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b 는 실수)

- ① $a > b > 0$ 일 때, 해는 $x \geq 1$ 이다.
- ② $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.
- ③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.
- ④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.
- ⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$ax + b \leq bx + a$ 에서 $(a - b)x \leq a - b$

(i) $a > b$ 일 때, $a - b > 0$ 이므로 $x \leq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \leq 1$

(ii) $a = b$ 일 때, $a - b = 0$ 이므로 $0 \cdot x \leq 0$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

(iii) $a < b$ 일 때, $a - b < 0$ 이므로 $x \geq \frac{a - b}{a - b}$

$\therefore x \geq 1$

(i), (ii), (iii)에서 해는 모든 실수

22. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

② $x = 3$

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$, (실수) $^2 \geq 0$ 이므로
∴ ⑤ 모든 실수

23. 이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a 의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2 + 2ax + 4a + 5 > 0$

이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (4a + 5) < 0$$

$$a^2 - 4a - 5 < 0, (a - 5)(a + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < a < 5$$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2, 3, 4이다.

24. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
 ④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2+7x-10 \geq 0$$

$$x^2-7x+10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

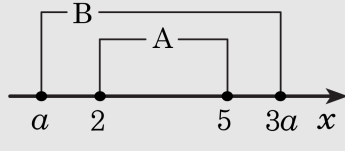
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

25. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ |x - 1| \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

- ① $-3 \leq x \leq 2$ ② $-2 \leq x \leq 2$ ③ $-1 \leq x \leq 2$
④ $0 \leq x \leq 2$ ⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$x^2 + x - 6 \leq 0$ 에서
 $(x + 3)(x - 2) \leq 0$
 $-3 \leq x \leq 2 \cdots (가)$
 $|x - 1| \leq 3$ 에서
 $-3 \leq x - 1 \leq 3$
 $-2 \leq x \leq 4 \cdots (나)$
 $(가), (나)$ 에서 $-2 \leq x \leq 2$